

Página 38

PRACTICA

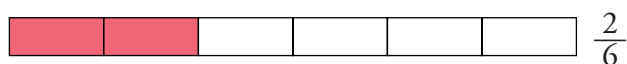
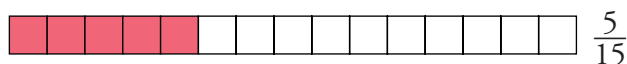
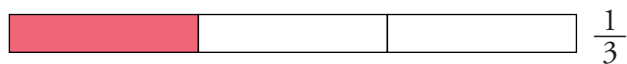
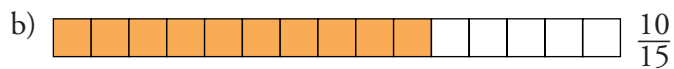
Fracciones y decimales

1 a) Agrupa, entre las siguientes fracciones, las que sean equivalentes:

$$\frac{10}{15} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{5}{15} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{15}{21}$$

b) Representa sobre rectángulos cada una de esas fracciones.

a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$; $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$; $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{2}{6}$



2 Simplifica:

a) $\frac{30}{42}$

b) $\frac{18}{72}$

c) $\frac{75}{125}$

d) $\frac{60}{210}$

e) $\frac{2000}{4000}$

a) $\frac{30}{42} = \frac{5}{7}$

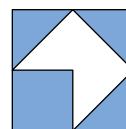
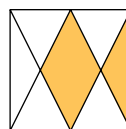
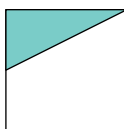
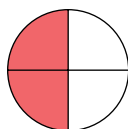
b) $\frac{18}{72} = \frac{1}{4}$

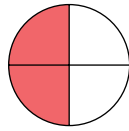
c) $\frac{75}{125} = \frac{3}{5}$

d) $\frac{60}{210} = \frac{2}{7}$

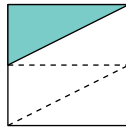
e) $\frac{2000}{4000} = \frac{1}{2}$

3 Escribe la fracción que representa la parte coloreada en cada una de estas figuras y ordénalas.

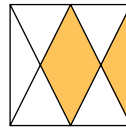




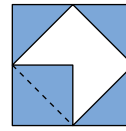
$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$



$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$



$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{5}{8}$$

- 4 Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ y otra equivalente a $\frac{7}{6}$, pero que tengan el mismo denominador.

$$\text{m.c.m. } (5, 6) = 30 \quad \frac{2}{5} = \frac{12}{30}; \quad \frac{7}{6} = \frac{35}{30}$$

- 5 Transforma en decimal estas fracciones:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{8}{25} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{19}{16} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{5}{3}$$

Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{2}{3} = 0,\widehat{6}; \quad \frac{4}{10} = 0,4; \quad \frac{8}{25} = 0,32; \quad \frac{3}{8} = 0,375; \quad \frac{19}{16} = 1,1875; \quad \frac{1}{7} = 0,\overline{142857};$$

$$\frac{8}{9} = 0,\widehat{8}; \quad \frac{5}{3} = 1,\widehat{6}$$

- 6 Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos y decimales periódicos. (Intenta dar la respuesta antes de efectuar la división).

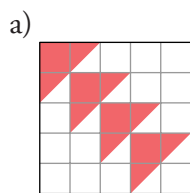
$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{23}{10} \quad \frac{13}{5} \quad \frac{4}{9}$$

Todas las fracciones propuestas son irreducibles. Darán lugar a decimales exactos cuando en el denominador solo estén como factores primos el 2 y el 5. En otro caso, darán lugar a decimales periódicos. Por tanto:

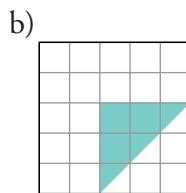
$$\text{– Decimales exactos} \rightarrow \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{23}{10}, \frac{13}{5}.$$

$$\text{– Decimales periódicos} \rightarrow \frac{1}{3}, \frac{7}{6}, \frac{4}{9}.$$

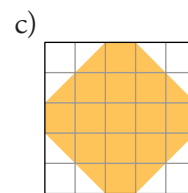
- 7 Expresa en forma de fracción y mediante un decimal la parte coloreada de estas figuras:



$$\text{a) } \frac{8}{25} = 0,32$$



$$\text{b) } \frac{9}{50} = 0,18$$



$$\text{c) } \frac{17}{25} = 0,68$$

8 Expresa en forma de fracción:

a) 25,8 b) $4,2\overline{5}$ c) 4,25 d) $3,04\overline{7}$ e) $0,1\overline{52}$

a) $25,8 = \frac{258}{10} = \frac{129}{5}$

b) $100N = 425,2525\dots$

$$\frac{-N = 4,2525\dots}{99N = 421} \rightarrow N = \frac{421}{99}$$

c) $4,25 = \frac{425}{100} = \frac{17}{4}$

d) $1000N = 3047,777\dots$

$$\frac{-100N = 304,777\dots}{900N = 2743} \rightarrow N = \frac{2743}{900}$$

e) $1000N = 152,152152\dots$

$$\frac{-N = 0,152152\dots}{999N = 152} \rightarrow N = \frac{152}{999}$$

9 Escribe tres números que estén comprendidos entre cada par de decimales:

a) 0,6 y 0,8

b) 0,7 y 0,8

c) 0,9 y 1

d) 0,99 y 1

e) 2,43 y 2,44

f) 2,436 y 2,437

Hay infinitos números comprendidos entre cada par de decimales. Por ejemplo, podemos poner:

a) 0,61; 0,62; 0,63

b) 0,71; 0,72; 0,73

c) 0,91; 0,92; 0,93

d) 0,991; 0,992; 0,993

e) 2,431; 2,432; 2,433

f) 2,4361; 2,4362; 2,4363

10 Ordena las fracciones $\frac{13}{20}$, $\frac{14}{25}$ y $\frac{7}{10}$.

1ª forma: Expresamos las fracciones en forma decimal:

$$\frac{13}{20} = 0,65 \quad \frac{14}{25} = 0,56 \quad \frac{7}{10} = 0,70$$

Por tanto: $\frac{14}{25} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10}$

2ª forma: Reducimos a común denominador:

$$\frac{13}{20} = \frac{65}{100}; \quad \frac{14}{25} = \frac{56}{100}; \quad \frac{7}{10} = \frac{70}{100} \quad \text{Por tanto: } \frac{14}{25} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10}$$

11 Ordena de menor a mayor estos números: $2,47$; $2,4\overline{7}$; $2,\overline{4}$; $2,\overline{47}$

$$\left. \begin{array}{l} 2,47 \\ 2,47 = 2,4777\dots \\ 2,\overline{4} = 2,4444\dots \\ 2,\overline{47} = 2,4747\dots \end{array} \right\} 2,\overline{4} < 2,47 < 2,\overline{47} < 2,\overline{4}$$

12 ¿Cuáles de estos números pueden expresarse como fracciones?

$$0,25 \quad 3,5\overline{8} \quad 0,00\overline{1} \quad 3,030030003\dots$$

Escribe la fracción que representa a cada uno en los casos que sea posible.

$$\bullet 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$\bullet 100N = 358,5858\dots$$

$$\begin{array}{r} -N = 3,5858\dots \\ \hline 99N = 355 \end{array} \rightarrow N = \frac{355}{99}$$

$$\bullet 1000N = 1,111\dots$$

$$\begin{array}{r} -100N = 0,111\dots \\ \hline 900N = 1 \end{array} \rightarrow N = \frac{1}{900}$$

• $3,030030003\dots$ no se puede expresar como fracción; no es un número decimal exacto ni periódico. Es un número irracional.

Cálculo mental

13 Calcula mentalmente:

a) $7 - 2 + 4$

b) $7 - (2 + 4)$

c) $7 - (2 - 4)$

d) $-7 + 2 - 4$

e) $11 + 3 \cdot 5 - 2$

f) $(7 + 3) \cdot 5 - 2$

g) $11 + 3 \cdot (5 - 2)$

h) $(7 + 3) \cdot (5 - 2)$

a) $7 - 2 + 4 = 9$

b) $7 - (2 + 4) = 1$

c) $7 - (2 - 4) = 9$

d) $-7 + 2 - 4 = -9$

e) $11 + 3 \cdot 5 - 2 = 24$

f) $(7 + 3) \cdot 5 - 2 = 48$

g) $11 + 3 \cdot (5 - 2) = 20$

h) $(7 + 3) \cdot (5 - 2) = 30$

14 Calcula mentalmente:

a) La cuarta parte de 100, 200, 600 y 1000.

b) Los cuadrados de los números del 1 al 12.

c) Los cubos de los números del 1 al 5.

d) Las potencias de base 2 hasta 2^{10} .

- a) 25, 50, 150 y 250, respectivamente.
 b) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121 y 144, respectivamente.
 c) 1, 8, 27, 64 y 125, respectivamente.
 d) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 y 1 024, respectivamente.

15 Calcula mentalmente el número decimal equivalente a cada fracción:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} = 0,5; \quad \frac{3}{4} = 0,75; \quad \frac{1}{4} = 0,25; \quad \frac{1}{5} = 0,2; \quad \frac{2}{5} = 0,4; \quad \frac{3}{5} = 0,6$$

16 Calcula mentalmente:

- a) $(-2)^5$ b) $(-2)^8$ c) $(-1)^{10}$ d) $(-1)^{23}$
 a) $(-2)^5 = -32$ b) $(-2)^8 = 256$ c) $(-1)^{10} = 1$ d) $(-1)^{23} = -1$

Página 39

17 Calcula mentalmente:

- a) $20 \cdot (-350)$ b) $\frac{50 \cdot 60}{20}$ c) $2 \cdot 75 \cdot (-2)$
 d) $1\ 640 \cdot 4$ e) $2\ 486 \cdot 50$ f) $120 \cdot 25$
 a) $20 \cdot (-350) = -7\ 000$ b) $\frac{50 \cdot 60}{20} = 150$ c) $2 \cdot 75 \cdot (-2) = -300$
 d) $1\ 640 \cdot 4 = 6\ 560$ e) $2\ 486 \cdot 50 = 124\ 300$ f) $120 \cdot 25 = 3\ 000$

18 Calcula mentalmente:

- a) $\frac{2}{3}$ de 60 b) $\frac{3}{4}$ de 100 c) $\frac{3}{500}$ de 500
 d) La mitad de $\frac{2}{3}$.
 e) La tercera parte de $\frac{12}{7}$.
 f) La mitad de la quinta parte de -6 .
 a) 40 b) 75 c) 3 d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{4}{7}$ f) $\frac{-3}{5}$

19 Calcula mentalmente:

- a) Los tres cuartos de un número valen 12. ¿Cuál es el número?
 b) Los dos tercios de un número valen 20. ¿De qué número se trata?
 c) Los $\frac{3}{5}$ de una cantidad son 15. ¿Cuál es esa cantidad?

a) $\frac{3}{4}$ de $x = 12 \rightarrow x = 16$

b) $\frac{2}{3}$ de $x = 20 \rightarrow x = 30$

c) $\frac{3}{5}$ de $x = 15 \rightarrow x = 25$

20 Calcula y simplifica:

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$

b) $6 \cdot \frac{3}{4}$

c) $5 : \frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$

e) $\frac{8}{3} : \frac{2}{3}$

f) $\frac{2}{7} : 4$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$

b) $6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

c) $5 : \frac{3}{4} = \frac{20}{3}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

e) $\frac{8}{3} : \frac{2}{3} = \frac{24}{6} = 4$

f) $\frac{2}{7} : 4 = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$

21 Calcula mentalmente:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

b) $1 + \frac{1}{2}$

c) $2 - \frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

e) $1 + \frac{1}{3}$

f) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

c) $2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

e) $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

f) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Operaciones con números racionales**22** Calcula:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{30} - \frac{1}{45}$

d) $\frac{11}{30} - \frac{3}{40} - \frac{7}{60}$

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15}{30} - \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{11}{30}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{4} = \frac{30}{36} + \frac{4}{36} + \frac{27}{36} = \frac{61}{36}$

c) $\frac{1}{30} - \frac{1}{45} = \frac{3}{90} - \frac{2}{90} = \frac{1}{90}$

d) $\frac{11}{30} - \frac{3}{40} - \frac{7}{60} = \frac{44}{120} - \frac{9}{120} - \frac{14}{120} = \frac{21}{120} = \frac{7}{40}$

23 Calcula:

a) $3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$

b) $\left(2 - \frac{2}{3}\right) + \left(5 - \frac{7}{2}\right)$

c) $\frac{3}{2} - 2 + \frac{1}{3}$

d) $5 - \left(\frac{1}{3} - 2\right)$

a) $3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{1} - \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = \frac{18}{6} - \frac{1}{6} - \frac{4}{6} = \frac{13}{6}$

b) $\left(2 - \frac{2}{3}\right) + \left(5 - \frac{7}{2}\right) = \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{8}{6} + \frac{9}{6} = \frac{17}{6}$

c) $\frac{3}{2} - 2 + \frac{1}{3} = \frac{9}{6} - \frac{12}{6} + \frac{2}{6} = \frac{-1}{6}$

d) $5 - \left(\frac{1}{3} - 2\right) = 5 - \left(\frac{-5}{3}\right) = 5 + \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$

24 Calcula:

a) $\frac{5}{32}$ de 224

b) $\frac{17}{8}$ de 120

a) $\frac{5}{32}$ de 224 = $\frac{5 \cdot 224}{32} = 5 \cdot 7 = 35$

b) $\frac{17}{8}$ de 120 = $\frac{17 \cdot 120}{8} = 17 \cdot 15 = 255$

25 Separa en cada fracción la parte entera, como en el ejemplo: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

a) $\frac{5}{3}$

b) $-\frac{7}{3}$

c) $\frac{45}{7}$

d) $-\frac{17}{5}$

e) $\frac{23}{10}$

a) $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

b) $-\frac{7}{3} = -2 - \frac{1}{3}$

c) $\frac{45}{7} = 6 + \frac{3}{7}$

d) $-\frac{17}{5} = -3 - \frac{2}{5}$

e) $\frac{23}{10} = 2 + \frac{3}{10}$

26 El valor medio entre el 0 y el 1 es $\frac{1}{2}$. Calcula el valor medio comprendido

entre cada pareja de números:

a) $\frac{1}{2}$ y 2

b) $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$

c) -1 y $\frac{3}{5}$

$$\text{a) } \frac{\frac{1}{2} + 2}{2} = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{4}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{17}{12}}{2} = \frac{17}{24}$$

$$\text{c) } \frac{-1 + \frac{3}{5}}{2} = \frac{\frac{-2}{5}}{2} = \frac{-1}{5}$$

27 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

28 Reduce a una sola fracción las expresiones:

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$$

$$\text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1\right)$$

$$\text{c) } \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{d) } \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right]$$

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{2} - \frac{1}{32} - \frac{1}{16} = \frac{16}{32} - \frac{1}{32} - \frac{2}{32} = \frac{13}{32}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1\right) &= \left(\frac{12}{20} - \frac{5}{20} + \frac{40}{20}\right) - \left(\frac{15}{20} - \frac{8}{20} + \frac{20}{20}\right) = \\ &= \frac{47}{20} - \frac{27}{20} = \frac{20}{20} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{3} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{12} = \frac{4}{3} - \frac{5}{48} = \frac{64}{48} - \frac{5}{48} = \frac{59}{48}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right] &= \\ = \left(\frac{9}{15} + \frac{5}{15}\right) - \left[\frac{60}{60} - \frac{45}{60} + \frac{30}{60} + \frac{40}{60} - \frac{9}{60}\right] &= \\ = \frac{14}{15} - \frac{76}{60} = \frac{14}{15} - \frac{19}{15} = \frac{-5}{15} = \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

Página 40

29 Reduce:

$$\text{a) } \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) \quad \text{b) } 5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \\ &= \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

$$\text{b) } 5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 5 : \frac{3}{2} - 3 : \frac{1}{4} = \frac{10}{3} - \frac{12}{1} = \frac{10}{3} - \frac{36}{3} = \frac{-26}{3}$$

30 Reduce a una fracción:

$$\text{a) } \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} \quad \text{b) } \frac{3 - \frac{5}{3}}{3 + \frac{5}{3}} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{7}{10} - \frac{3}{4}}$$

$$\text{a) } \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3 \quad \text{b) } \frac{3 - \frac{5}{3}}{3 + \frac{5}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{14}{3}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{7}{10} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{20} - \frac{12}{20}}{\frac{14}{20} - \frac{15}{20}} = \frac{-7}{-1} = 7$$

31 Comprueba que el resultado de estas operaciones es un número entero:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{6} - 1 \right) \cdot \left(3 - \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \quad \text{b) } 2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) - 3 : \left(1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{c) } -\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3 \right) \right]$$

$$\text{d) } \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9} \right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1 \right)^2 \right] : \left(\frac{1}{3} - 1 \right)$$

$$\text{a) } \left(\frac{1}{6} - 1 \right) \cdot \left(3 - \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{-5}{6} \cdot \frac{13}{5} - \left(\frac{-1}{6} \right) = \frac{-13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

$$\text{b) } 2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) - 3 : \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 2 : \frac{4}{6} - 3 : \frac{3}{2} = 3 - 2 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{-3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3 \right) \right] &= \frac{-3}{8} \cdot \left[\frac{2}{5} - \left(\frac{-3}{20} \right) \cdot \left(\frac{-8}{3} \right) \right] = \\ &= \frac{-3}{8} \cdot \left[\frac{2}{5} - \frac{8}{20} \right] = \frac{-3}{8} \cdot \left[\frac{2}{5} - \frac{2}{5} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9} \right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1 \right)^2 \right] : \left(\frac{1}{3} - 1 \right) &= \left[\frac{5}{9} + 13 \cdot \frac{1}{9} \right] : \left(\frac{-2}{3} \right) = \frac{18}{9} : \frac{-2}{3} = \\ &= 2 : \frac{-2}{3} = \frac{6}{-2} = -3 \end{aligned}$$

32 Calcula las siguientes potencias:

a) $(-2)^4$

b) $(-2)^3$

c) -2^2

d) -2^{-3}

e) $(-2)^{-2}$

f) $(-2)^{-3}$

a) $(-2)^4 = 16$

b) $(-2)^3 = -8$

c) $-2^2 = -4$

d) $-2^{-3} = -1/8$

e) $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$

f) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{-1}{8}$

33 ¿A qué número entero es igual cada una de estas potencias?

a) 1^{-37}

b) $(-1)^{-7}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}$

f) $\left(\frac{4}{5}\right)^0$

a) $1^{-37} = 1$

b) $(-1)^{-7} = -1$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = (-2)^4 = 16$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = (-3)^4 = 81$

f) $\left(\frac{4}{5}\right)^0 = 1$

34 Escribe en forma de potencia de base 2 ó 3:

a) 128

b) 729

c) $\frac{1}{64}$

d) $-\frac{1}{27}$

e) $\frac{1}{3}$

a) $128 = 2^7$

b) $729 = 3^6$

c) $\frac{1}{64} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$

d) $-\frac{1}{27} = -\frac{1}{3^3} = -3^{-3}$

e) $\frac{1}{3} = 3^{-1}$

35 Expresa con potencias de base 10:

a) 1 000 000

b) mil millones

c) 0,00001

d) una milésima

e) 0,000000001

f) una millonésima

a) 10^6

b) 10^9

c) 10^{-5}

d) 10^{-3}

e) 10^{-9}

f) 10^{-6}

36 Expresa como potencia única:

$$a) \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$c) \frac{3^5 \cdot 3^{-7}}{3^2}$$

$$d) (2^2 \cdot 2^{-3})^{-4}$$

$$e) \frac{2^4 \cdot 4^{-2}}{8^2}$$

$$f) \frac{2^{-5} \cdot 4^2 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 9^{-1}}$$

$$a) \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{2}{5}$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$$

$$c) \frac{3^5 \cdot 3^{-7}}{3^2} = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

$$d) (2^2 \cdot 2^{-3})^{-4} = (2^{-1})^{-4} = 2^4 = 16$$

$$e) \frac{2^4 \cdot 4^{-2}}{8^2} = \frac{2^4 \cdot 2^{-4}}{2^6} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6} = \frac{1}{64}$$

$$f) \frac{2^{-5} \cdot 4^2 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 9^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3^{-2}} = 2^{-4} \cdot 3^4 = \frac{3^4}{2^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

37 Reduce:

$$a) \frac{-3^2}{(-3)^2}$$

$$b) \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$c) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^4$$

$$d) \frac{3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2}$$

$$e) \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$f) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$$

$$a) \frac{-3^2}{(-3)^2} = \frac{-3^2}{3^2} = -1$$

$$b) \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$$

$$c) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^4 = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{3^4}{2^4} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

$$d) \frac{3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2} = \frac{3 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^4} = \frac{2}{3^4} = \frac{2}{81}$$

$$e) \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{27} : \frac{1}{16} = \frac{16}{27}$$

$$f) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

38 Simplifica:

$$a) \frac{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2}$$

$$b) \frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2}$$

$$a) \frac{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^4} = \frac{2^4}{3^5} = \frac{16}{243}$$

$$b) \frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2} = \frac{2^{-4} \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 3^{-2}}{2^{-5} \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = \frac{2^2}{3^5} = \frac{4}{243}$$

39 Calcula:

$$a) \left[\left(\frac{1}{2} - 1 \right)^3 \right]^2 \quad b) \left[\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right)^{-1} \right]^{-5} \quad c) \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9} \right)^{-1}$$

$$a) \left[\left(\frac{1}{2} - 1 \right)^3 \right]^2 = \left(-\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

$$b) \left[\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right)^{-1} \right]^{-5} = \left(-\frac{3}{6} \right)^5 = \left(-\frac{1}{2} \right)^5 = -\frac{1}{32}$$

$$c) \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9} \right)^{-1} = \left(\frac{3}{4} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{-4}{9} \right)^{-1} = \left(\frac{4}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{-9}{4} \right) = \frac{16}{9} \cdot \frac{-9}{4} = -4$$

40 Calcula pasando a fracción:

$$a) 0,\widehat{4} + 0,\widehat{3} + 0,\widehat{2} \quad b) 3,0\widehat{7} - 1,6\widehat{7} \quad c) 0,\widehat{7} + 1,\widehat{23} \quad d) 0,3\widehat{6} - 1,\widehat{2}$$

$$a) 0,\widehat{4} + 0,\widehat{3} + 0,\widehat{2} = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

$$b) 3,0\widehat{7} - 1,6\widehat{7} = \frac{277}{90} - \frac{151}{90} = \frac{126}{90} = \frac{7}{5} = 1,4$$

$$c) 0,\widehat{7} + 1,\widehat{23} = \frac{7}{9} + \frac{122}{99} = \frac{77}{99} + \frac{122}{99} = \frac{199}{99} = 2,\widehat{01}$$

$$d) 0,3\widehat{6} - 1,\widehat{2} = \frac{33}{90} - \frac{11}{9} = \frac{33}{90} - \frac{110}{90} = \frac{-77}{90} = -0,8\widehat{5}$$

41 Calcula:

$$a) \frac{4}{3} - (0,75 + 0,\widehat{6}) + \frac{13}{12} \quad b) \left(\frac{5}{6} + 0,1\widehat{6} \right) \left(-\frac{4}{3} \right) - \frac{65}{8} \left(0,\widehat{6} + 0,2 - \frac{1}{3} \right)$$

$$a) \frac{4}{3} - (0,75 + 0,\widehat{6}) + \frac{13}{12} = \frac{4}{3} - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) + \frac{13}{12} = \frac{16}{12} - \left(\frac{9}{12} + \frac{8}{12} \right) + \frac{13}{12} = \\ = \frac{16}{12} - \frac{17}{12} + \frac{13}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$b) \left(\frac{5}{6} + 0,1\widehat{6} \right) \left(-\frac{4}{3} \right) - \frac{65}{8} \left(0,\widehat{6} + 0,2 - \frac{1}{3} \right) = \\ = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \right) \cdot \left(-\frac{4}{3} \right) - \frac{65}{8} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} \right) = -\frac{4}{3} - \frac{65}{8} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) = \\ = -\frac{4}{3} - \frac{65}{8} \left(\frac{5}{15} + \frac{3}{15} \right) = -\frac{4}{3} - \frac{65}{8} \cdot \frac{8}{15} = -\frac{4}{3} - \frac{65}{15} = -\frac{4}{3} - \frac{13}{3} = \frac{-17}{3}$$

Raíces**42** Calcula cuando sea posible:

a) $\sqrt[6]{64}$

b) $\sqrt[3]{-8}$

c) $\sqrt[4]{625}$

d) $\sqrt{-8}$

e) $\sqrt[4]{625/16}$

f) $\sqrt[5]{-1}$

a) $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

b) $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

c) $\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$

d) $\sqrt{-8}$ no existe

e) $\sqrt[4]{625/16} = \sqrt[4]{5^4/2^4} = \frac{5}{2}$

f) $\sqrt[5]{-1} = -1$

Página 41**43** Indica cuáles de las siguientes raíces son racionales y cuáles irracionales:

a) $\sqrt{64}$

b) $\sqrt[3]{64}$

c) $\sqrt[5]{64}$

d) $\sqrt{100}$

e) $\sqrt[3]{100}$

f) $\sqrt{1/4}$

a) $\sqrt{64} = 8 \rightarrow$ racional

b) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 4 \rightarrow$ racional

c) $\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6} \rightarrow$ irracional

d) $\sqrt{100} = 10 \rightarrow$ racional

e) $\sqrt[3]{100} \rightarrow$ irracional

f) $\sqrt{1/4} = \frac{1}{2} \rightarrow$ racional

Calculadora**44** Con ayuda de la calculadora, busca el dígito que hay que poner en cada cuadrado para que se verifique la igualdad:

a) $4 \square 5 + 85 \square = 1 \square 13$; b) $34 \square \times \square 6 = 8970$; c) $425 + 23 \times \square = 5 \square 6$

a) $455 + 858 = 1313$

b) $345 \times 26 = 8970$

c) $425 + 23 \times 7 = 586$

45 Sustituye los cuadrados por el signo de la operación adecuada para que estas igualdades sean verdaderas:

a) $12 \square 34 \square 9 = 318$

b) $(25 \square 16) \square 45 \square 5 = 400$

a) $12 + 34 \times 9 = 318$

b) $(25 - 16) \times 45 - 5 = 400$

46 Con los dígitos 3, 4, 5 y 6, forma dos números de dos cifras de modo que al multiplicarlos obtengas el mayor producto posible.

Tomamos los dos dígitos mayores como decenas de los dos números que buscamos, y nos quedan dos opciones:

$$\left. \begin{array}{l} 53 \cdot 64 = 3392 \\ 54 \cdot 63 = 3402 \end{array} \right\} \text{El producto mayor es } 54 \cdot 63.$$

47 Pon los paréntesis necesarios para que cada expresión dé el resultado que indica la flecha:

a) $6 + 3 \cdot 5 + 8 \rightarrow 53$

b) $6 + 3 \cdot 5 + 8 \rightarrow 45$

c) $7 + 3 \cdot 5 - 1 \rightarrow 19$

d) $7 + 3 \cdot 5 - 1 \rightarrow 40$

a) $(6 + 3) \cdot 5 + 8 = 53$

b) $6 + 3 \cdot (5 + 8) = 45$

c) $7 + 3 \cdot (5 - 1) = 19$

d) $(7 + 3) \cdot (5 - 1) = 40$

48 Si en tu calculadora no funcionase la tecla del 0, ¿cómo podrías conseguir que apareciese en la pantalla cada uno de estos números?

a) 180

b) 108

c) 1 080

d) 104 050

a) $180 = 5 \otimes 36$

b) $108 = 3 \otimes 36$

c) $1\ 080 = 135 \otimes 8$

d) $104\ 050 = 25 \otimes 4\ 162$

49 Si en la pantalla de tu calculadora está el número 56 327, ¿qué operación harías para transformar el 3 en un 0? ¿Y para que en lugar del 6 hubiera un 8?

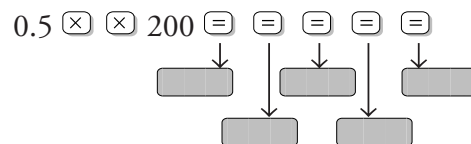
- Para transformar el 3 en un cero, basta con restar 300:

$$56\ 327 - 300 = 56\ 027$$

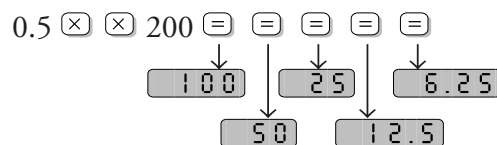
- Para transformar el 6 en un 8, basta con sumar 2 000:

$$56\ 327 + 2\ 000 = 58\ 327$$

50 ¿Qué pantallas irás obteniendo al introducir la siguiente secuencia de teclas?



¿Qué aparecerá en pantalla si introduces 80 \equiv ?



Si introducimos 80 \equiv aparecerá $\boxed{40}$. (Se multiplica $0,5 \times 80$).

51 ¿Qué resultado crees que obtendrás con la siguiente secuencia?

$$2 \otimes \otimes \equiv \equiv \equiv \otimes \otimes \equiv$$

4 096

52 Para dividir $2\,530 : 396$ (halla cociente y resto), efectúa la siguiente secuencia:

$$396 \ominus \ominus 2\,530 \ominus \ominus \dots \ominus$$

Ve observando los números que van apareciendo en la pantalla y párate cuando el resultado sea menor que 396. Ese es el resto de la división.

El cociente es el número de veces que has pulsado la tecla \ominus .

Razona el porqué del proceso anterior.

Al introducir la secuencia:

$$396 \ominus \ominus 2\,530 \underbrace{\ominus \ominus \ominus \ominus \ominus \ominus}_{6 \text{ veces}} \text{ obtenemos } \boxed{154}$$

Por tanto, el cociente de la división $2\,530 : 396$ es 6 y el resto 154.

Cuando introducimos $396 \ominus \ominus 2\,530 \ominus \dots \ominus$, vamos restando 396 (en primer lugar de 2 530) cada vez que pulsamos \ominus .

Si lo pulsamos 6 veces, hemos efectuado: $2\,530 - 6 \cdot 396$, y hemos obtenido 154; es decir, $2\,530 = 6 \cdot 396 + 154$.

53 Predice y comprueba con la máquina la pantalla resultante de las siguientes entradas, partiendo en cada caso de la pantalla y la memoria a cero.

a) $9 \text{ (Min)} \ 6 \text{ (M+)} \ 7 \text{ (M-)} \ \text{(MR)}$

b) $8 \text{ (Min)} \ 7 \text{ (+)} \ 9 \text{ (=)} \ \text{(÷)} \ \text{(MR)} \ \text{(=)}$

c) $8 \text{ (Min)} \ 5 \text{ (M+)} \ \text{(MR)} \ \text{(M+)} \ \text{(MR)}$

d) $19 \text{ (M+)} \ 14 \text{ (M+)} \ 5 \text{ (M-)} \ 2 \text{ (×)} \ 7 \text{ (÷)} \ \text{(MR)} \ \text{(=)}$

a) 8

b) 2

c) 26

d) 0,5

54 Utiliza los paréntesis necesarios para efectuar las siguientes operaciones con la calculadora. Estima previamente el resultado.

a) $\frac{30 \cdot 7 + 18}{4^2 - 6}$

b) $18 - \frac{3,5}{0,5} (2 \cdot 16,5 - 30)$

c) $\frac{25 - 4,5^2}{4 \cdot 2,5 - 5}$

d) $\left(\frac{344 - 5 \cdot 4^3}{3^5 - 143} \right) \cdot 25$

a) $() \ 30 \text{ (×)} \ 7 \text{ (+)} \ 18 \text{ ()} \ \text{(÷)} \ \text{()} \ 4 \text{ (x²)} \ \text{(=)} \ 6 \text{ ()} \ \text{(=)} \ \boxed{22,8}$

Por tanto: $\frac{30 \cdot 7 + 18}{4^2 - 6} = 22,8$

b) $18 \text{ (=)} \ 3,5 \text{ (÷)} \ .5 \text{ (×)} \ \text{()} \ 2 \text{ (×)} \ 16,5 \text{ (=)} \ 30 \text{ ()} \ \text{(=)} \ \boxed{-3}$

Por tanto: $18 - \frac{3,5}{0,5} (2 \cdot 16,5 - 30) = -3$

c) $\text{C} \text{ 25 } \text{=}$ $4.5 \text{ } \text{x}^2 \text{) } \text{C} \text{ 4 } \text{ } \text{x} \text{ 2.5 } \text{=}$ $5 \text{) } \text{=}$ **0.95**

Por tanto: $\frac{25 - 4,5^2}{4 \cdot 2,5 - 5} = 0,95$

d) $\text{C} \text{ 344 } \text{=}$ $5 \text{ } \text{x} \text{ 4 } \text{ } \text{SHIFT} \text{ } \text{X} \text{ 3 } \text{) } \text{C} \text{ 3 } \text{ } \text{SHIFT} \text{ } \text{X} \text{ 5 } \text{=}$ $143 \text{) } \text{x} \text{ 25 } \text{=}$
6

Por tanto: $\left(\frac{344 - 5 \cdot 4^3}{3^5 - 143} \right) \cdot 25 = 6$

Página 42

PIENSA Y RESUELVE

55 EJERCICIO RESUELTO

De un bidón de aceite se saca primero la mitad y después la quinta parte, quedando aún 3 litros. ¿Cuál es la capacidad del bidón?

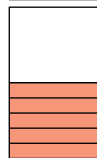
Resolución



→ Sacamos la mitad.



→ Dividimos la otra mitad en 5 partes.



→ Sacamos $\frac{1}{5}$ de la mitad, que es $\frac{1}{10}$, y nos quedan $\frac{4}{10}$, que son 3 litros.

La capacidad es de $\frac{30}{4} = 7,5$ litros.

Comprueba la solución.

Comprobamos que la capacidad es de 7,5 litros:

- Sacamos la mitad → $7,5 : 2 = 3,75$ litros sacamos → 3,75 litros quedan.
- Después la quinta parte → $3,75 : 5 = 0,75$ litros sacamos → 3 litros quedan.

En efecto, quedan 3 litros.

56 En un depósito lleno de agua había 3 000 litros. Un día se gastó $\frac{1}{6}$ del depósito, y otro, 1 250 litros. ¿Qué fracción queda?

$\frac{1}{6}$ de 3 000 = $\frac{3\,000}{6} = 500$ litros se gastaron primero.

$1\,250 + 500 = 1\,750$ litros se han gastado en total.

$3\,000 - 1\,750 = 1\,250$ litros quedan.

1 250 litros de 3 000 que había representan la fracción:

$\frac{1\,250}{3\,000} = \frac{5}{12}$ del depósito quedan.

De otra forma:

$$\frac{1\ 250}{3\ 000} = \frac{5}{12} \text{ del depósito se gastan en segundo lugar.}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{12} = \frac{7}{12} \text{ del depósito se gastan en total.}$$

Por tanto, quedan $\frac{5}{12}$ del depósito.

57 De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie, y después, los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. El Ayuntamiento expropió los $3\ 200\ \text{m}^2$ restantes para un parque público. ¿Cuál era su superficie?

- Se venden $\frac{2}{3} \rightarrow$ queda $\frac{1}{3}$

- Después, $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ se venden. En total se han vendido:

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \rightarrow \text{Queda } \frac{1}{9}, \text{ que son } 3\ 200\ \text{m}^2$$

Por tanto, la superficie era de: $3\ 200 \cdot 9 = 28\ 800\ \text{m}^2$.

58 En un puesto de frutas y verduras, los $\frac{5}{6}$ del importe de las ventas de un día corresponden al apartado de frutas. Del dinero recaudado en la venta de fruta, los $\frac{3}{8}$ corresponden a las naranjas. Si la venta de naranjas asciende a $89\ \text{€}$, ¿qué caja ha hecho el establecimiento?

La fracción del total correspondiente a las naranjas es:

$$\frac{3}{8} \text{ de } \frac{5}{6} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{16}, \text{ que son } 89\ \text{€}.$$

Por tanto, el total es: $\frac{89 \cdot 16}{5} = 284,8\ \text{€}$

59 Tres socios invierten sus ahorros en un negocio. El primero aporta $\frac{1}{3}$ del capital, el segundo $\frac{2}{5}$ y el tercero el resto. Al cabo de tres meses, reparten unos beneficios de $150\ 000\ \text{€}$. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

- Al primero le corresponderá $\frac{1}{3}$ de $150\ 000 = 50\ 000\ \text{€}$.

- Al segundo, $\frac{2}{5}$ de $150\ 000 = 60\ 000\ \text{€}$.

- Y, al tercero, el resto: $150\ 000 - (50\ 000 + 60\ 000) = 40\ 000\ \text{€}$

60 Una pelota pierde en cada bote $\frac{2}{5}$ de la altura a la que llegó en el bote anterior. ¿Qué fracción de la altura inicial, desde la que cayó, alcanza después de cuatro botes?

- Después de 1 bote alcanza $\frac{2}{5}$ de la altura inicial.
- Después de 2 botes alcanza $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$ de la altura inicial.
- Después de 3 botes alcanza $\frac{2}{5}$ de $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^3$ de la altura inicial.
- Después de 4 botes alcanza $\frac{2}{5}$ de $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$ de la altura inicial.

61 Se adquieren 10 kg de ciruelas para hacer mermelada. Al deshuesarlas, se reduce en $\frac{1}{5}$ su peso. Lo que queda se cuece con una cantidad igual de azúcar, perdiéndose en la cocción $\frac{1}{4}$ de su peso. ¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

- Al deshuesarlas se reduce $\frac{1}{5}$ el peso \rightarrow quedan $\frac{4}{5}$ de 10 kg = 8 kg.
- Se cuecen los 8 kg de ciruelas con 8 kg de azúcar; es decir, 16 kg de mezcla. Se pierde en la cocción $\frac{1}{4}$ del peso \rightarrow se obtienen:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 16 = 12 \text{ kg de mermelada}$$

62 Un campo rectangular de 120 m de largo se pone a la venta en dos parcelas a razón de 50 € el metro cuadrado. La primera parcela, que supone los $\frac{7}{12}$ del campo, sale por 140 000 €. ¿Cuánto mide la anchura del campo?

$$\frac{7}{12} \text{ del total} = 140\,000 \text{ €} \rightarrow \text{Total} = 240\,000 \text{ €}$$

$$A \text{ } 50 \text{ €/m}^2 \rightarrow 240\,000 : 50 = 4\,800 \text{ m}^2 \text{ tiene el campo en total.}$$

$$4\,800 : 120 = 40 \text{ m mide la anchura del campo.}$$

63 Compro a plazos un equipo de música que vale 500 €. Hago un pago de 60 €, después los $\frac{2}{3}$ de lo que me queda por pagar, y luego $\frac{1}{5}$ de lo que aún debo.

- ¿Cuánto he devuelto cada vez?
- ¿Qué parte de la deuda he pagado?
- ¿Cuánto me queda por pagar?

$$a) \text{ 1}^{\text{er}} \text{ pago} \rightarrow 60 \text{ €} \rightarrow \text{me quedan por pagar: } 500 - 60 = 440 \text{ €}$$

$$2^{\text{o}} \text{ pago} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } 440 = 293,33 \text{ €} \rightarrow \text{me quedan por pagar:}$$

$$440 - 293,33 = 146,67 \text{ €}$$

3^{er} pago $\rightarrow \frac{1}{5}$ de 146,67 = 29,33 € \rightarrow me quedan por pagar:

$$146,67 - 29,33 = 117,34 \text{ €}$$

La 1^a vez he devuelto 60 €, la 2^a vez 293,33 €, y la 3^a vez, 29,33 €.

b) 1^{er} pago $\rightarrow \frac{60}{500} = \frac{3}{25}$ del total \rightarrow me faltan $\frac{22}{25}$.

2^o pago $\rightarrow \frac{2}{3}$ de $\frac{22}{25} = \frac{44}{75}$ \rightarrow en total llevo pagado $\frac{3}{25} + \frac{44}{75} = \frac{53}{75}$.

Me faltan $\frac{22}{75}$.

3^{er} pago $\rightarrow \frac{1}{5}$ de $\frac{22}{75} = \frac{22}{375}$ \rightarrow en total he pagado $\frac{53}{75} + \frac{22}{375} = \frac{287}{375}$.

La parte de deuda que he pagado son $\frac{287}{375}$ del total.

c) Me quedan por pagar $\frac{88}{375}$ del total, que son 117,34 €.

64 Un ciclista, yendo a una velocidad de 24 km/h, tarda 1 h 30 min en recorrer los $\frac{3}{5}$ de la distancia entre dos ciudades, A y B.

a) ¿Qué distancia hay entre esas ciudades?

b) Si salió de A a las 10 h, ¿a qué hora llegará a B?

a) En 1,5 horas recorre $24 \cdot 1,5 = 36$ km.

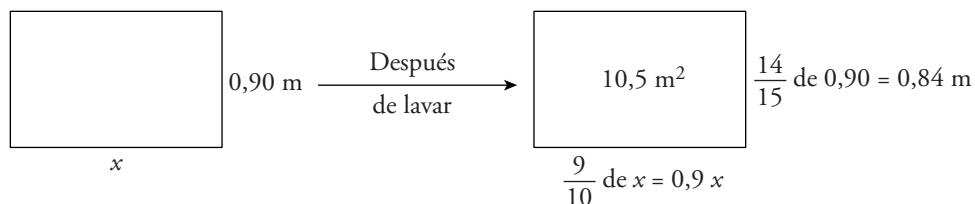
Si llamamos x a la distancia entre A y B, tenemos que:

$$\frac{3}{5} \text{ de } x = 36 \rightarrow x = 60 \text{ km hay entre A y B}$$

b) A 24 km/h tarda en recorrer 60 km: $60 : 24 = 2,5$ horas

Por tanto, si salió de A a las 10 h, llegará a B a las doce y media, es decir, a las 12 h 30 min.

65 Al lavar una tela, su longitud se reduce en $\frac{1}{10}$ y su anchura, $\frac{1}{15}$. ¿Qué longitud debe comprarse de una pieza de 0,90 m de ancho para tener, después de lavada, $10,5 \text{ m}^2$ de tela?



La superficie de tela, después de lavada, es:

$$0,9x \cdot 0,84 = 10,5 \text{ m}^2$$

Hallamos la anchura inicial, x :

$$0,756x = 10,5 \rightarrow x = \frac{10,5}{0,756} \approx 13,89 \text{ m}$$

- 66** Un taxista cambia el aceite de un vehículo cada 3 500 km y le hace una revisión general cada 8 000 km. ¿Cada cuántos kilómetros coinciden las dos operaciones?

$$\text{m.c.m.} (3\,500, 8\,000) = 56\,000$$

Entonces cada 56 000 km coinciden las dos operaciones.

- 67** En una cooperativa tienen 420 litros de un tipo de aceite y 225 litros de otro. Quieren envasarlo con el menor número posible de garrafas iguales. ¿Qué capacidad tendrá cada garrafa?

$$\text{M.C.D.} (420, 225) = 15$$

Cada garrafa ha de tener 15 litros.

- 68** Se desea cubrir con baldosas cuadradas una habitación de 330 cm de ancho por 390 cm de largo. ¿Qué tamaño deben tener las baldosas si deben ser lo más grandes posible y no se quiere cortar ninguna?

$$\text{M.C.D.} (330, 390) = 30$$

Las baldosas han de ser de 30 cm \times 30 cm.

Página 43

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

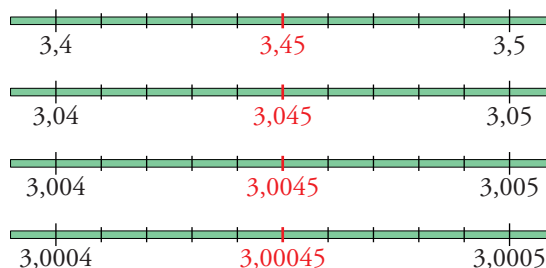
- 69** Representa cada número en su lugar:

a) 3,045

b) 3,45

c) 3,00045

d) 3,0045



- 70** Demuestra que $3,6\overline{9}$ y $3,7$ se expresan mediante la misma fracción.

Expresamos en forma de fracción cada uno de los dos números:

$$\begin{aligned} N = 3,6\overline{9} &\rightarrow 100N = 369,999\dots \\ -10N &= 36,999\dots \\ \hline 90N &= 333 \end{aligned} \rightarrow N = \frac{333}{90} = \frac{37}{10}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3,6\widehat{9} = \frac{37}{10} \\ 3,7 = \frac{37}{10} \end{array} \right\} \text{ Se expresan mediante la misma fracción.}$$

71 Demuestra que $0,\widehat{3} + 0,\widehat{6} = 1$. Busca otros dos decimales periódicos cuya suma sea un decimal exacto.

- Expresamos $0,\widehat{3}$ y $0,\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$10N = 3,333\dots$$

$$10M = 6,666\dots$$

$$\underline{-N = 0,333\dots}$$

$$\underline{-M = 0,666\dots}$$

$$9N = 3 \quad \rightarrow \quad N = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$9M = 6 \quad \rightarrow \quad M = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Por tanto: } 0,\widehat{3} + 0,\widehat{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

- Otro ejemplo sería: $0,\widehat{45} + 0,\widehat{54}$. Veámoslo:

$$100N = 45,4545\dots$$

$$\underline{-N = 0,4545\dots}$$

$$99N = 45 \quad \rightarrow \quad N = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

$$100M = 54,5454\dots$$

$$\underline{-M = 0,5454\dots}$$

$$99M = 54 \quad \rightarrow \quad M = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$$

$$\text{Por tanto: } 0,\widehat{45} + 0,\widehat{54} = \frac{5}{11} + \frac{6}{11} = \frac{11}{11} = 1$$

Esto ocurre siempre que la suma de los periodos está formada solo por nueves.

72 Comprueba que si multiplicas los dos miembros de una desigualdad por un número positivo, esta sigue siendo verdadera. Hazlo con estas desigualdades:

$$3 < 8 \quad -5 < 9 \quad -8 < -1$$

¿Ocurre lo mismo si multiplicas los dos miembros por un número negativo?

Si multiplicamos cada una de las desigualdades propuestas por un número positivo, por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 3 < 8 \quad \xrightarrow{\cdot 2} \quad 6 < 16 \\ -5 < 9 \quad \xrightarrow{\cdot 3} \quad -15 < 27 \\ -8 < -1 \quad \xrightarrow{\cdot 1/2} \quad -4 < -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \text{ Siguen siendo ciertas.}$$

Pero si multiplicamos por un número negativo, cambia la desigualdad. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 3 < 8 \quad \xrightarrow{\cdot(-1)} \quad -3 > -8 \\ -5 < 9 \quad \xrightarrow{\cdot(-2)} \quad 10 > -18 \\ -8 < -1 \quad \xrightarrow{\cdot(-1/2)} \quad 4 > \frac{1}{2} \end{array} \right\} \text{ Cambia la desigualdad.}$$

73 Pon ejemplos, reflexiona, responde y opina:

- a) ¿Qué condición debe cumplir n para que $n/11$ sea periódico?
b) ¿Cuál es el máximo número de cifras del periodo de ese número?

a) n no debe ser múltiplo de 11.

b) El máximo número de cifras del periodo es 10, ya que los restos al dividir entre 11, si la división no es exacta, pueden variar entre 1 y 10.

74 Sabiendo que $a > b > c > 0$, compara los siguientes pares de fracciones:

$$\frac{a}{c} \text{ y } \frac{b}{c} \qquad \frac{a}{b} \text{ y } \frac{a}{c} \qquad \frac{b}{a} \text{ y } \frac{b}{c}$$

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}; \quad \frac{a}{b} < \frac{a}{c}; \quad \frac{b}{a} < \frac{b}{c}$$

75 a) Calcula en forma decimal el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots$$

b) Escribe el resultado en forma de fracción.

$$\text{a) } \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots = 0,3 + 0,03 + 0,003 + \dots = 0,\overline{3}$$

$$\text{b) } 0,\overline{3} = \frac{1}{3}$$

76 Divide por 3 varios números menores que 10 y observa los resultados. ¿Qué puede ocurrir cuando dividimos por 3?

¿Puedes predecir las cifras decimales de los cocientes $30 \div 3$, $31 \div 3$, $32 \div 3$?

La parte decimal del cociente $a : 3$ es $\overline{.666666}$

¿Cuál será la parte decimal de $(a + 1) : 3$ y de $(a + 2) : 3$?

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \frac{1}{3} = 0,\widehat{3} \quad \frac{2}{3} = 0,\widehat{6} \quad \frac{3}{3} = 1 \\ \frac{4}{3} = 1,\widehat{3} \quad \frac{5}{3} = 1,\widehat{6} \quad \frac{6}{3} = 2 \\ \frac{7}{3} = 2,\widehat{3} \quad \frac{8}{3} = 2,\widehat{6} \quad \frac{9}{3} = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Hay tres posibilidades:} \\ - \text{Decimal periódico de periodo 3.} \\ - \text{Decimal periódico de periodo 6.} \\ - \text{Decimal exacto.} \end{array}$$

$$\bullet 30 \div 3 = 10 \rightarrow \text{Exacto (pues 30 es múltiplo de 3)}$$

$$31 \div 3 \rightarrow \text{Periódico de periodo 3} \left(\frac{31}{3} = 10 + \frac{1}{3} = 10,\widehat{3} \right)$$

$$32 \div 3 \rightarrow \text{Periódico de periodo 6} \left(\frac{32}{3} = 10 + \frac{2}{3} = 10,\widehat{6} \right)$$

$$\bullet (a + 1) : 3 \text{ será una división exacta.}$$

La parte decimal de $(a + 2) : 3$ será periódica de periodo 3.

77 Si divides 1 entre 2, da 0,5. Utiliza tu calculadora para obtener decimales mayores y menores que 0,5. ¿Qué característica deben tener las fracciones que dan decimales mayores que 0,5? ¿Y las que dan decimales menores que 0,5?

Las fracciones cuyo numerador sea mayor que la mitad del denominador darán decimales mayores que 0,5.

Las fracciones cuyo numerador sea menor que la mitad del denominador, darán decimales menores que 0,5.

PROFUNDIZA

78 Divide por 7 los números del 1 al 10 y anota los resultados.

¿Cuántos decimales distintos pueden salir?

¿Tiene eso que ver con el hecho de que estemos dividiendo entre 7?

¿Puedes predecir el resultado de $27 : 7$ y de $45 : 7$?

¿Cuál será el número a si $a : 7 = 10,285714$?

$$\frac{1}{7} = 0,\overline{142857} \quad \frac{2}{7} = 0,\overline{285714} \quad \frac{3}{7} = 0,\overline{428571}$$

$$\frac{4}{7} = 0,\overline{571428} \quad \frac{5}{7} = 0,\overline{714285} \quad \frac{6}{7} = 0,\overline{857142}$$

$$\frac{7}{7} = 1 \quad \frac{8}{7} = 1,\overline{142857} \quad \frac{9}{7} = 1,\overline{285714} \quad \frac{10}{7} = 1,\overline{428571}$$

Pueden salir 6 decimales distintos. (Pues al dividir entre 7, si la división no es exacta, podemos obtener 6 restos distintos: 1, 2, 3, 4, 5, 6).

$$\frac{27}{7} = 3 + \frac{6}{7} = 3,\overline{857142}$$

$$\frac{45}{7} = 6 + \frac{3}{7} = 6,\overline{428571}$$

$$\frac{a}{7} = 10,\overline{285714} = 10 + 0,\overline{285714} = 10 + \frac{2}{7} = \frac{72}{7} \rightarrow a = 72$$

79 *Investiga.* Alicia ha tratado de investigar el periodo obtenido al dividir por 17. Después de dividir por 17 los números 1, 2, 3, 4 y 5, cree que tiene ya el periodo completo, que supone que tiene 16 cifras. Compruébalo usando la calculadora hasta donde te sea necesario.

a) ¿Podrías escribir el resultado de dividir 36 entre 17 con veinte cifras decimales?

b) De la misma manera, halla el resultado de dividir 401 entre 43 con veinte cifras decimales.

$$\frac{1}{17} = 0,\overline{0588235294117647}$$

$$\frac{2}{17} = 0,\overline{1176470588235294}$$

$$\frac{3}{17} = 0,\overline{1764705882352941}$$

$$\frac{4}{17} = 0,\overline{2352941176470588}$$

$$\frac{5}{17} = 0,\overline{2941176470588235}$$

$$a) \frac{36}{17} = 2 + \frac{2}{17} = 2,\overline{1176470588235294}$$

Con veinte cifras decimales sería: 2,11764705882352941176

$$b) \frac{401}{43} = 9,\overline{325581395348837209302}$$

Con veinte cifras decimales sería: 9,32558139534883720930

80 *Investiga* en qué cifra termina el número 3^{55} . Observa antes en qué cifra terminan las sucesivas potencias de 3 y busca una regla que te permita saber la última cifra de cualquier potencia de base 3.

¿En qué número termina la potencia de exponente 100 y bases 2, 3, 4 y 7?

Potencias de 3

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

$$3^7 = 2187$$

$$3^8 = 6561$$

Si dividimos el exponente entre 4 y el resto es:

0 → la potencia acaba en 1

1 → la potencia acaba en 3

2 → la potencia acaba en 9

3 → la potencia acaba en 7

Como $55 \begin{array}{l} \underline{44} \\ 15 \quad 13 \\ 3 \end{array}$ → el resto es 3, entonces 3^{55} acaba en 7.

Potencias de 2

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

...

Como $100 \begin{array}{l} \underline{44} \\ 20 \quad 25 \\ 0 \end{array}$ → Resto = 0 → 2^{100} acaba en 6

Potencias de 3

Por lo dicho anteriormente, 3^{100} acaba en 1.

Potencias de 4

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$4^4 = 256$$

Exponente impar → acaba en 4

Exponente par → acaba en 6

4^{100} acaba en 6.

Potencias de 7

$$7^1 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

$$7^5 = 16807$$

$$7^6 = 117649$$

$$7^7 = 823543$$

$$7^8 = 5764801$$

...

7^{100} acaba en 1