

## PÁGINA 98

### PRACTICA

#### Traducción a lenguaje algebraico

1 ■■■ Asocia a cada enunciado una de las expresiones algebraicas que aparecen debajo:

- a) El cuadrado de un número menos su doble.
- b) El 80% de un número.
- c) Un número impar.
- d) Los dos tercios de un número más cinco unidades.

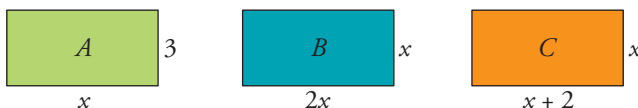
$$\frac{2}{3}x + 5; \quad x^2 - 2x; \quad 0,8x; \quad 2x + 1$$

- a) El cuadrado de un número menos su doble  $\rightarrow x^2 - 2x$
- b) El 80% de un número  $\rightarrow 0,8x$
- c) Un número impar  $\rightarrow 2x + 1$
- d) Los  $\frac{2}{3}$  de un número más 5 unidades  $\rightarrow \frac{2}{3}x + 5$

2 ■■■ Expresa en lenguaje algebraico empleando una sola incógnita.

- a) El triple de un número menos dos.
  - b) El producto de dos números consecutivos.
  - c) El cuadrado de un número más su mitad.
  - d) La suma de un número con otro diez unidades mayor.
- a) El triple de un número menos dos:  $3x - 2$ .
  - b) El producto de dos números consecutivos:  $x(x + 1)$ .
  - c) El cuadrado de un número más su mitad:  $x^2 + \frac{x}{2}$ .
  - d) La suma de un número con otro diez unidades mayor:  $x + (x + 10)$ .

3 ■■■ Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



$$A \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x + 3) = 2x + 6 \\ \text{Área} = 3x \end{cases} \quad B \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(2x + x) = 6x \\ \text{Área} = 2x \cdot x = 2x^2 \end{cases}$$

$$C \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x + 2 + x) = 4x + 4 \\ \text{Área} = (x + 2)x = x^2 + 2x \end{cases}$$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

4 ■■■ Traduce a lenguaje algebraico utilizando dos incógnitas.

- a) La suma de los cuadrados de dos números.
  - b) El cuadrado de la diferencia de dos números.
  - c) La mitad del producto de dos números.
  - d) La semisuma de dos números.
- a) La suma de los cuadrados de dos números:  $x^2 + y^2$ .
  - b) El cuadrado de la diferencia de dos números:  $(x - y)^2$ .
  - c) La mitad del producto de dos números:  $\frac{x \cdot y}{2}$ .
  - d) La semisuma de dos números:  $\frac{x + y}{2}$ .

5 ■■■ Si  $x$  e  $y$  son las edades actuales de dos hermanos, expresa los siguientes enunciados utilizando ambas incógnitas:

- a) La suma de las edades que tenían hace 5 años.
- b) El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años.
- c) La diferencia entre la edad del mayor y la mitad del menor.

a) La suma de las edades que tenían hace 5 años:

$$(x - 5) + (y - 5) = x + y - 10$$

b) El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años:

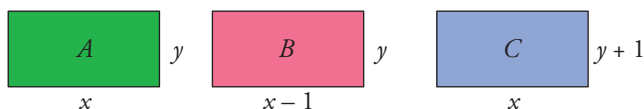
$$(x + 6)(y + 6) = xy + 6x + 6y + 36$$

c) La diferencia entre la edad del mayor y la mitad del menor:

$$x - \frac{y}{2} \text{ si la edad del mayor es } x$$

$$y - \frac{x}{2} \text{ si la edad del mayor es } y$$

6 ■■■ Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



$$A \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x + y) = 2x + 2y \\ \text{Área} = xy \end{cases}$$

$$B \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x - 1 + y) = 2x + 2y - 2 \\ \text{Área} = (x - 1)y = xy - y \end{cases}$$

$$C \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x + y + 1) = 2x + 2y + 2 \\ \text{Área} = x(y + 1) = xy + x \end{cases}$$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

## Monomios

**7** ■■■ Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

a)  $-5xy$       b)  $(-7x)^3$       c)  $8x$       d)  $(xy)^2$

e)  $\frac{2}{3}x^2y^2$       f)  $\frac{4}{5}x^3$       g)  $\frac{-3yx}{5}$       h)  $\frac{1}{2}x^2$

a) Grado 2.      b) Grado 3.      c) Grado 1.      d) Grado 4.

e) Grado 4.      f) Grado 3.      g) Grado 2.      h) Grado 2.

Son semejantes: a) y g); b) y f); d) y e).

**8** ■■■ Calcula el valor numérico de los monomios del ejercicio anterior para  $x = -1$  e  $y = 3$ .

a)  $-5 \cdot (-1) \cdot 3 = 15$       b)  $[-7 \cdot (-1)]^3 = 343$       c)  $8(-1) = -8$

d)  $[(-1) \cdot 3]^2 = 9$       e)  $\frac{2}{3}(-1)^2 \cdot 3^2 = 6$       f)  $\frac{4}{5}(-1)^3 = -\frac{4}{5}$

g)  $\frac{-3 \cdot 3(-1)}{5} = \frac{9}{5}$       h)  $\frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2}$

**9** ■■■ Simplifica.

a)  $6x^2 - 7x^2 + 3x^2$       b)  $-6xy - 5xy + 10xy$

c)  $\frac{1}{3}xy^2 - \frac{3}{5}xy^2 - \frac{7}{3}xy^2$       d)  $\frac{2x^3}{3} + \frac{1}{5}x^3 - x^3$

a)  $6x^2 - 7x^2 + 3x^2 = 2x^2$       b)  $-6xy - 5xy + 10xy = -xy$

c)  $\frac{1}{3}xy^2 - \frac{3}{5}xy^2 - \frac{7}{3}xy^2 = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5} - \frac{7}{3}\right)xy^2 = -\frac{13}{5}xy^2$

d)  $\frac{2x^3}{3} + \frac{1}{5}x^3 - x^3 = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} - 1\right)x^3 = -\frac{2}{15}x^3$

**10** ■■■ Efectúa.

a)  $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2$       b)  $2x + 7y - 3x + y - x^2$

c)  $x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2$

a)  $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2 = 6x^2 - 4x + 2$

b)  $2x + 7y - 3x + y - x^2 = -x^2 - x + 8y$

c)  $x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2 = x^2y^2 - 2x^2y - 4xy^2$

**11** ■■■ Efectúa los siguientes productos de monomios:

a)  $6x^2(-3x)$       b)  $(2xy^2)(4x^2y)$       c)  $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right)$       d)  $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right)$

a)  $6x^2(-3x) = -18x^3$       b)  $(2xy^2)(4x^2y) = 8x^3y^3$

c)  $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right) = \frac{3}{8}x^6$       d)  $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right) = \frac{3}{8}x^2yz$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

## Polinomios

**12** ■■■ Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $(2x^3 - 5x + 3) - (2x^3 - x^2 + 1)$       b)  $5x - (3x + 8) - (2x^2 - 3x)$

¿Cuál es el grado de cada polinomio?

a)  $2x^3 - 5x + 3 - 2x^3 + x^2 - 1 = x^2 - 5x + 2 \rightarrow$  Grado 2.

b)  $5x - 3x - 8 - 2x^2 + 3x = -2x^2 + 5x - 8 \rightarrow$  Grado 2.

**13** ■■■ Considera estos polinomios:

$A = 3x^3 - 5x^2 + x - 1$        $B = 2x^4 + x^3 - 2x + 4$        $C = -x^3 + 3x^2 - 7x$

Halla:  $A + B$ ;  $A - C$ ;  $A - B + C$

$A + B = 3x^3 - 5x^2 + x - 1 + 2x^4 + x^3 - 2x + 4 = 2x^4 + 4x^3 - 5x^2 - x + 3$

$A - C = (3x^3 - 5x^2 + x - 1) - (-x^3 + 3x^2 - 7x) =$

$= 3x^3 - 5x^2 + x - 1 + x^3 - 3x^2 + 7x = 4x^3 - 8x^2 + 8x - 1$

$A - B + C = (3x^3 - 5x^2 + x - 1) - (2x^4 + x^3 - 2x + 4) + (-x^3 + 3x^2 - 7x) =$

$= 3x^3 - 5x^2 + x - 1 - 2x^4 - x^3 + 2x - 4 - x^3 + 3x^2 - 7x =$

$= -2x^4 + x^3 - 2x^2 - 4x - 5$

## PÁGINA 99

**14** ■■■ Efectúa, reduce y di cuál es el grado del polinomio resultante.

a)  $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1)$

b)  $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x$

c)  $\frac{1}{3}x^2\left(-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 9\right)$

a)  $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1) = x^3 - 5x - 3x^3 - 6x^2 - 7x^2 - 7 =$   
 $= -2x^3 - 13x^2 - 5x - 7 \rightarrow$  Grado 3.

b)  $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x = -15x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 3x^3 - 6x =$   
 $= -12x^3 + 3x^2 - 6x \rightarrow$  Grado 3.

c)  $\frac{1}{3}x^2\left(-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 9\right) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 - 3x^2 \rightarrow$  Grado 4.

**15** ■■■ Opera y simplifica.

a)  $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$

b)  $(x + 4)(2x^2 + 3x - 5) - 3x(-x + 1)$

c)  $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$

d)  $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12)$

a)  $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 3 - x^2 + 2x = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$

b)  $(x + 4)(2x^2 + 3x - 5) - 3x(-x + 1) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8x^2 + 12x - 20 + 3x^2 - 3x =$   
 $= 2x^3 + 14x^2 + 4x - 20$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

$$\begin{aligned} \text{c) } (x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3) &= x^4 - x^3 - 5x^3 + 5x^2 + 3x^2 - 3x - x^4 + 3x = \\ &= -6x^3 + 8x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12) &= 3x^3 - 6x^2 + 10x^2 - 20x + x - 2 = \\ &= 3x^3 + 4x^2 - 19x - 2 \end{aligned}$$

## 16 ■■■ Extrae factor común.

$$\text{a) } 12x^3 - 8x^2 - 4x$$

$$\text{b) } -3x^3 + x - x^2$$

$$\text{c) } 2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2$$

$$\text{d) } \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x$$

$$\text{a) } 12x^3 - 8x^2 - 4x = 4x(3x^2 - 2x - 1)$$

$$\text{b) } -3x^3 + x - x^2 = x(-3x^2 + 1 - x)$$

$$\text{c) } 2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2 = xy(2y - 4x + xy)$$

$$\text{d) } \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}x(2x + x^2 - 5)$$

## 17 ■■■ Extrae factor común como en el ejemplo.

$$\begin{aligned} \bullet \quad 3x(x + 1) - x^2(x + 1) + (x + 1)(x^2 - 2) &= (x + 1)[3x - x^2 + x^2 - 2] = \\ &= (x + 1)(3x - 2) \end{aligned}$$

$$\text{a) } 2x(x - 2) + x^2(x - 2) - 3(x - 2)$$

$$\text{b) } x^2(x + 1) - x^2(x + 2) + 2x^2(x - 3)$$

$$\text{c) } 3x^2(x + 3) - 6x(x + 3)$$

$$\text{a) } 2x(x - 2) + x^2(x - 2) - 3(x - 2) = (x - 2)(2x + x^2 - 3)$$

$$\text{b) } x^2(x + 1) - x^2(x + 2) + 2x^2(x - 3) = x^2[x + 1 - (x + 2) + 2(x - 3)] = x^2(2x - 7)$$

$$\text{c) } 3x^2(x + 3) - 6x(x + 3) = x(x + 3)(3x - 6)$$

## Identidades notables

### 18 ■■■ Desarrolla estas expresiones:

$$\text{a) } (x + 6)^2$$

$$\text{b) } (7 - x)^2$$

$$\text{c) } (3x - 2)^2$$

$$\text{d) } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{e) } (x - 2y)^2$$

$$\text{f) } \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2$$

$$\text{a) } (x + 6)^2 = x^2 + 36 + 12x$$

$$\text{b) } (7 - x)^2 = 49 + x^2 - 14x$$

$$\text{c) } (3x - 2)^2 = 9x^2 + 4 - 12x$$

$$\text{d) } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{4} + x$$

$$\text{e) } (x - 2y)^2 = x^2 + 4y^2 - 4xy$$

$$\text{f) } \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2 = \frac{4}{25}x^2 + \frac{1}{9}y^2 - \frac{4}{15}xy$$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

**19** ■■■ Efectúa estos productos:

a)  $(x + 7)(x - 7)$

b)  $(3 + x)(3 - x)$

c)  $(3 + 4x)(3 - 4x)$

d)  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

e)  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$

f)  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

a)  $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$

b)  $(3 + x)(3 - x) = 9 - x^2$

c)  $(3 + 4x)(3 - 4x) = 9 - 16x^2$

d)  $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$

e)  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \frac{1}{4}x^2 - 1$

f)  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right) = 1 - \frac{1}{x^2}$

**20** ■■■ Simplifica todo lo posible las expresiones siguientes:

a)  $(x + 3)(x - 3) - (x + 3)^2$

b)  $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 - 9$

c)  $3x(x + 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$

d)  $(x^2 + 2)(x^2 - 2) - (x^2 - 1)^2$

a)  $(x + 3)(x - 3) - (x + 3)^2 = x^2 - 9 - (x^2 + 9 + 6x) = 6x - 18$

b)  $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 - 9 = 4x^2 + 9 + 12x - (4x^2 + 9 - 12x) - 9 =$   
 $= 4x^2 + 9 + 12x - 4x^2 - 9 + 12x - 9 = -9$

c)  $3x(x + 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1) = 3x(x^2 + 1 + 2x) - (4x^2 - 1) =$   
 $= 3x^3 + 3x + 6x^2 - 4x^2 + 1 = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$

d)  $(x^2 + 2)(x^2 - 2) - (x^2 - 1)^2 = x^4 - 4 - (x^4 + 1 - 2x^2) = x^4 - 4 - x^4 - 1 + 2x^2 =$   
 $= 2x^2 - 5$

**21** ■■■ Transforma en diferencia de cuadrados.

a)  $(2x + 7)(2x - 7)$

b)  $(4x - 1)(4x + 1)$

c)  $(x^2 + x)(x^2 - x)$

d)  $(1 - 5x)(1 + 5x)$

a)  $(2x + 7)(2x - 7) = 4x^2 - 49$

b)  $(4x - 1)(4x + 1) = 16x^2 - 1$

c)  $(x^2 + x)(x^2 - x) = x^4 - x^2$

d)  $(1 - 5x)(1 + 5x) = 1 - 25x^2$

**22** ■■■ Completa con el término que falta para que cada expresión sea el cuadrado de una suma o el de una diferencia:

a)  $x^2 + \dots + 4x$

b)  $x^2 + \dots - 10x$

c)  $x^2 + 9 + \dots$

d)  $x^2 + 16 - \dots$

a)  $x^2 + 4 + 4x$

b)  $x^2 + 25 - 10x$

c)  $x^2 + 9 + 6x$

d)  $x^2 + 16 + 8x$

**23** ■■■ Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia, como en el ejemplo.

•  $x^2 + 25 + 10x = x^2 + 5^2 + 2 \cdot 5x = (x + 5)^2$

a)  $x^2 + 49 - 14x$

b)  $x^2 + 1 - 2x$

c)  $4x^2 + 1 + 4x$

d)  $x^2 + 12x + 36$

a)  $x^2 + 49 - 14x = (x - 7)^2$

b)  $x^2 + 1 - 2x = (x - 1)^2$

c)  $(4x^2 + 1 + 4x) = (2x + 1)^2$

d)  $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

## Fracciones algebraicas

**24** ■■■ Simplifica estas fracciones algebraicas:

a)  $\frac{9x}{12x^2}$

b)  $\frac{x(x+1)}{5(x+1)}$

c)  $\frac{x^2(x+2)}{2x^3}$

a)  $\frac{9x}{12x^2} = \frac{3}{4x}$

b)  $\frac{x(x+1)}{5(x+1)} = \frac{x}{5}$

c)  $\frac{x^2(x+2)}{2x^3} = \frac{x+2}{2x}$

**25** ■■■ Simplifica las siguientes fracciones algebraicas. Para ello, saca factor común:

a)  $\frac{x^2 - 4x}{x^2}$

b)  $\frac{3x}{x^2 + 2x}$

c)  $\frac{3x + 3}{(x + 1)^2}$

d)  $\frac{2x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2}$

e)  $\frac{8x^3 - 4x^2}{(2x - 1)^2}$

f)  $\frac{5x^3 + 5x}{x^4 + x^2}$

a)  $\frac{x^2 - 4x}{x^2} = \frac{x(x - 4)}{x^2} = \frac{x - 4}{x}$

b)  $\frac{3x}{x^2 + 2x} = \frac{3x}{x(x + 2)} = \frac{3}{x + 2}$

c)  $\frac{3x + 3}{(x + 1)^2} = \frac{3(x + 1)}{(x + 1)^2} = \frac{3}{x + 1}$

d)  $\frac{2x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2} = \frac{2x(x + 2)}{x^2(x + 2)} = \frac{2}{x}$

e)  $\frac{8x^3 - 4x^2}{(2x - 1)^2} = \frac{4x^2(2x - 1)}{(2x - 1)^2} = \frac{4x^2}{2x - 1}$

f)  $\frac{5x^3 + 5x}{x^4 + x^2} = \frac{5x(x^2 + 1)}{x^2(x^2 + 1)} = \frac{5}{x}$

**26** ■■■ Opera, y simplifica si es posible.

a)  $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{3}{x^2}$

b)  $\frac{3x+2}{x-1} : \frac{x+1}{x}$

c)  $\frac{3}{(x-1)^2} : \frac{2}{x-1}$

d)  $(x+1) : \frac{x^2-1}{2}$

a)  $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{3}{x^2} = \frac{3x}{(x+1)x^2} = \frac{3}{(x+1)x}$

b)  $\frac{3x+2}{x-1} : \frac{x+1}{x} = \frac{x(3x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x^2+2x}{x^2-1}$

c)  $\frac{3}{(x-1)^2} : \frac{2}{x-1} = \frac{3(x-1)}{2(x-1)^2} = \frac{3}{2(x-1)}$

d)  $(x+1) : \frac{x^2-1}{2} = \frac{2(x+1)}{x^2-1} = \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2}{x-1}$

## PÁGINA 100

27 ■■■ Efectúa.

$$a) \frac{1}{6x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{2x^3}$$

$$b) \frac{2}{x} + \frac{x-1}{x-7}$$

$$c) \frac{2}{x} - \frac{3}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}$$

$$d) \frac{2x}{x-3} - \frac{x-1}{x+3}$$

$$e) \frac{3}{x-1} + \frac{1}{2x} + \frac{x}{4}$$

$$f) \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x^2+x} + 2$$

$$a) \frac{1}{6x} + \frac{3}{x^2} - \frac{1}{2x^3} = \frac{x^2 + 18x - 3}{6x^3}$$

$$b) \frac{2}{x} + \frac{x-1}{x-7} = \frac{2(x-7) + x(x-1)}{x(x-7)} = \frac{2x - 14 + x^2 - x}{x^2 - 7x} = \frac{x^2 + x - 14}{x^2 - 7x}$$

$$c) \frac{2}{x} - \frac{3}{x-4} + \frac{x+1}{x-4} = \frac{2(x-4) - 3x + x(x+1)}{x(x-4)} = \frac{2x - 8 - 3x + x^2 + x}{x(x-4)} = \frac{x^2 - 8}{x^2 - 4x}$$

$$d) \frac{2}{x-3} - \frac{x-1}{x+3} = \frac{2(x+3) - (x-1)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x + 6 - (x^2 - 4x + 3)}{x^2 - 9} = \frac{2x + 6 - x^2 + 4x - 3}{x^2 - 9} = \frac{-x^2 + 6x + 3}{x^2 - 9}$$

$$e) \frac{3}{x-1} + \frac{1}{2x} + \frac{x}{4} = \frac{2x \cdot 4 \cdot 3 + (x-1)4 + (x-1)2x \cdot x}{(x-1) \cdot 2x \cdot 4} = \frac{24x + 4x - 4 + 2x^3 - 2x^2}{(x-1) \cdot 2x \cdot 4} = \frac{2x^3 - 2x^2 + 28x - 4}{(x-1) \cdot 2x \cdot 4} = \frac{2(x^3 - x^2 + 14x - 2)}{(x-1) \cdot 2x \cdot 4} = \frac{x^3 - x^2 + 14x - 2}{4x^2 - 4x}$$

$$f) \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x^2+x} + 2 = \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x(x+1)} + 2 = \frac{3x - 1 + 2x(x+1)}{x(x+1)} = \frac{3x - 1 + 2x^2 + 2x}{x(x+1)} = \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^2 + x}$$

## PIENSA Y RESUELVE

28 ■■■ Expresa algebraicamente:

a) El área del triángulo azul.

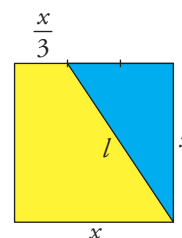
b) El área del trapecio amarillo.

c) La longitud de  $l$ .

$$a) \frac{(2x/3) \cdot x}{2} = \frac{1}{3}x^2$$

$$b) \frac{(x + x/3) \cdot x}{2} = \frac{2}{3}x^2$$

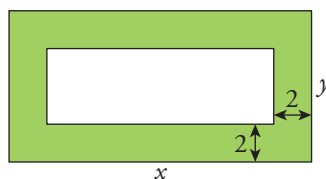
$$c) l = \sqrt{x^2 + \left(\frac{2x}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{9}x^2}$$





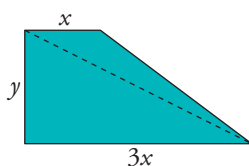
# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

29 ■■■ Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada.



$$A = xy - (x - 4)(y - 4) = xy - (xy - 4x - 4y + 16) = 4x + 4y - 16$$

30 ■■■ Expresa algebraicamente el área y la diagonal mayor de este trapecio:



$$\text{Área} = \frac{(3x + x)y}{2} = 2xy$$

$$\text{Diagonal: } \sqrt{y^2 + (3x)^2}$$

32 ■■■ Reduce las siguientes expresiones:

a)  $6\left(\frac{5x - 4}{6} + \frac{2x - 3}{2} - \frac{x - 1}{3}\right)$

b)  $12\left(\frac{x + 6}{3} - \frac{x + 1}{2} + \frac{3x - 1}{4}\right)$

c)  $4\left[(x - 2)^2 - \frac{3}{4}x^2 - 4\right]$

d)  $30\left[\frac{x(x - 2)}{15} - \frac{(x + 1)^2}{6} + \frac{1}{2}\right]$

a)  $6\left(\frac{5x - 4}{6} + \frac{2x - 3}{2} - \frac{x - 1}{3}\right) = 5x - 4 + 3(2x - 3) - 2(x - 1) =$   
 $= 5x - 4 + 6x - 9 - 2x + 1 = 9x - 12$

b)  $12\left(\frac{x + 6}{3} - \frac{x + 1}{2} + \frac{3x - 1}{4}\right) = 4(x + 6) - 6(x + 1) + 3(3x - 1) =$   
 $= 4x + 24 - 6x - 6 + 9x - 3 = 7x + 15$

c)  $4\left[(x - 2)^2 - \frac{3}{4}x^2 - 4\right] = 4(x^2 + 4 - 2x) - 3x^2 - 16 = 4x^2 + 16 - 8x - 3x^2 - 16 =$   
 $= x^2 - 8x$

d)  $30\left[\frac{x(x - 2)}{15} - \frac{(x + 1)^2}{6} + \frac{1}{2}\right] = 2x(x - 2) - 5(x^2 + 1 + 2x) + 15 =$   
 $= 2x^2 - 4x - 5x^2 - 5 - 10x + 15 = -3x^2 - 14x + 10$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

**33** ■■■ Multiplica cada expresión por el mín.c.m. de los denominadores y simplifica el resultado.

$$\text{a) } \frac{3+x}{8} - \frac{5-x}{6} - \frac{x+1}{12}$$

$$\text{b) } \frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{6}$$

$$\text{c) } \frac{(2x-5)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{6}$$

$$\text{d) } \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x+2)}{4} - \frac{(3x+2)^2}{8}$$

$$\text{e) } \frac{5(x-1)^2}{9} - \frac{7(x+2)^2}{12} + \frac{x(x+3)}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3+x}{8} - \frac{5-x}{6} - \frac{x+1}{12} &= 24 \left( \frac{3+x}{8} - \frac{5-x}{6} - \frac{x+1}{12} \right) = \\ &= 3(3+x) - 4(5-x) - 2(x+1) = \\ &= 9 + 3x - 20 + 4x - 2x - 2 = 5x - 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{6} &= 12 \left( \frac{3}{4}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{6} \right) = \\ &= 3 \cdot 3(x-1) - 4(x+1) + 2 = 9x - 9 - 4x - 4 + 2 = \\ &= 5x - 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{(2x-5)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{6} &= 18 \left( \frac{(2x-5)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{6} \right) = 2(4x^2 + 25 - 20x) = \\ &= -3(x^2 + 1 + 2x) = 8x^2 + 50 - 40x - 3x^2 - 3 - 6x = \\ &= 5x^2 - 46x + 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} - \frac{(3x+2)^2}{8} &= 8 \left( \frac{x^2-3x}{2} + \frac{x^2+2x}{4} - \frac{9x^2+4+12x}{8} \right) = \\ &= 4(x^2-3x) + 2(x^2+2x) - (9x^2+4+12x) = \\ &= 4x^2 - 12x + 2x^2 + 4x - 9x^2 - 4 - 12x = \\ &= -3x^2 - 20x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{5(x-1)^2}{9} - \frac{7(x+2)^2}{12} + \frac{x(x+3)}{2} &= \\ &= 36 \left( \frac{5(x^2+1-2x)}{9} - \frac{7(x^2+4+4x)}{12} + \frac{x^2+3x}{2} \right) = \\ &= 4 \cdot 5(x^2+1-2x) - 3 \cdot 7(x^2+4x+4) + 18(x^2+3x) = \\ &= 20x^2 + 20 - 40x - 21x^2 - 84x - 84 + 18x^2 + 54x = 17x^2 - 70x - 64 \end{aligned}$$

**34** ■■■ Expresa como el cuadrado de una suma, como el cuadrado de una diferencia o como una diferencia de cuadrados.

$$\text{a) } x^2 + 9 - 6x$$

$$\text{b) } 4x^2 + 1 + 4x$$

$$\text{c) } 4x^2 - 9$$

$$\text{d) } 9x^2 - 12x + 4$$

$$\text{e) } 16x^2 - 1$$

$$\text{f) } 16x^2 + 40x + 25$$

$$\text{a) } x^2 + 9 - 6x = (x-3)^2$$

$$\text{b) } 4x^2 + 1 + 4x = (2x+1)^2$$

$$\text{c) } 4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$$

$$\text{d) } 9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2$$

$$\text{e) } 16x^2 - 1 = (4x+1)(4x-1)$$

$$\text{f) } 16x^2 + 40x + 25 = (4x+5)^2$$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

**35** ■■■ Transforma en producto como en el ejemplo.

•  $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

a)  $x^3 - 4x$

b)  $4x^3 - 4x^2 + x$

c)  $x^4 - x^2$

d)  $3x^4 - 24x^3 + 48x^2$

a)  $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x + 2)(x - 2)$

b)  $4x^3 - 4x^2 + x = x(4x^2 - 4x + 1) = x(2x - 1)^2$

c)  $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x + 1)(x - 1)$

d)  $3x^4 - 24x^3 + 48x^2 = 3x^2(x^2 - 8x + 16) = 3x^2(x - 4)^2$

**36** ■■■ Simplifica. Para ello, transforma en producto el numerador y el denominador.

a)  $\frac{2x + 4}{3x^2 + 6x}$

b)  $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$

c)  $\frac{x - 2}{x^2 + 4 - 4x}$

d)  $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$

e)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$

f)  $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{3x + 3}$

a)  $\frac{2x + 4}{3x^2 + 6x} = \frac{2(x + 2)}{3x(x + 2)} = \frac{2}{3x}$

b)  $\frac{x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x + 1}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{1}{x - 1}$

c)  $\frac{x - 2}{x^2 + 4 - 4x} = \frac{x - 2}{(x - 2)^2} = \frac{1}{x - 2}$

d)  $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} = \frac{x(x - 3)}{(x + 3)(x - 3)} = \frac{x}{x + 3}$

e)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x + 2)^2} = \frac{x - 2}{x + 2}$

f)  $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{3x + 3} = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{3(x + 1)} = \frac{x(x + 1)^2}{3(x + 1)} = \frac{x(x + 1)}{3}$

## PÁGINA 101

**37** ■■■ Expresa cada enunciado con una identidad:

a) La raíz cuadrada del cociente de dos números es igual al cociente de las raíces cuadradas del dividendo y del divisor.

b) La potencia del producto de dos números es igual al producto de las potencias de los factores.

c) La hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos.

d) El producto de un número por el siguiente es igual a ese número más su cuadrado.

a)  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

b)  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

c)  $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

d)  $x(x + 1) = x^2 + x$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

## REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

**38** ■■■ ¿Cuándo se dice que un número es *raíz* de un polinomio?

Comprueba si 3 es raíz de alguno de estos polinomios:

$$P = x^3 - 2x^2 + x - 12$$

$$Q = x^3 - 5x^2 - 7x$$

$$R = (x^4 - 5x + 10)(x - 3)$$

¿Es 0 raíz de alguno de los polinomios anteriores?

Cuando al sustituir  $x$  por ese número, el valor del polinomio es 0.

$$P = 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 3 - 12 = 27 - 18 + 3 - 12 = 0 \rightarrow 3 \text{ es raíz de } P.$$

$$Q = 3^3 - 5 \cdot 3^2 - 7 \cdot 3 = 27 - 45 - 21 \neq 0 \rightarrow 3 \text{ no es raíz de } Q.$$

$$R = (3^4 - 5 \cdot 3 + 10)(3 - 3) = 0 \rightarrow 3 \text{ es raíz de } R.$$

**39** ■■■ ¿Cuál debe ser el valor de  $k$  para que  $-2$  sea raíz del polinomio:

$$x^3 - 5x^2 - 7x + k?$$

Justifica tu respuesta.

Para que  $-2$  sea raíz de ese polinomio, al dar a  $x$  ese valor el polinomio debe ser igual a 0. Por tanto:

$$(-2)^3 - 5(-2)^2 - 7(-2) + k = 0 \rightarrow -8 - 20 + 14 + k = 0 \rightarrow k = 14$$

**40** ■■■ ¿Cuál es el resultado de multiplicar una fracción por su inversa?

Compruébalo con  $\frac{x}{x+2}$  y su inversa.

El producto de una fracción por su inversa es igual a 1.

$$\frac{x}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x} = \frac{x(x+2)}{(x+2)x} = 1$$

**41** ■■■ a) Simplifica esta expresión:  $a^2 - (a+1)(a-1)$ .

b) ¿Sabes cuál es el valor de  $7500^2 - 7501 \cdot 7499$  sin utilizar la calculadora?

$$a) a^2 - (a+1)(a-1) = a^2 - (a^2 - 1) = a^2 - a^2 + 1 = 1$$

b)  $7500^2 - 7501 \cdot 7499 = 1$ , según hemos comprobado en el apartado a).

**42** ■■■ a) Simplifica la expresión  $(a+1)^2 - (a-1)^2$ .

b) Halla, sin utilizar la calculadora, el valor de  $2501^2 - 2499^2$

$$a) (a+1)^2 - (a-1)^2 = (a^2 + 1 + 2a) - (a^2 + 1 - 2a) = a^2 + 1 + 2a - a^2 - 1 + 2a = 4a$$

$$b) 2501^2 - 2499^2 = 4 \cdot 2500 = 10000$$

**43** ■■■ Averigua cuál debe ser el valor de  $a$ , en cada caso, para que las dos expresiones sean idénticas:

$$a) (3x+a)(3x-a) + 7 \text{ y } 9x^2 - 18 \quad b) (x-a)^2 + 2xa - 46 \text{ y } x^2 + 18$$

# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

a)  $(3x + a)(3x - a) + 7 = 9x^2 - a^2 + 7$

Si  $9x^2 - a^2 + 7 = 9x^2 - 18 \rightarrow -a^2 + 7 = -18 \rightarrow a^2 = 25 \begin{cases} a = 5 \\ a = -5 \end{cases}$

b)  $(x - a)^2 + 2xa - 46 = x^2 + a^2 - 2xa + 2xa - 46 = x^2 + a^2 - 46$

Si  $x^2 + a^2 - 46 = x^2 + 18 \rightarrow a^2 - 46 = 18 \rightarrow a^2 = 64 \begin{cases} a = 8 \\ a = -8 \end{cases}$

## PROFUNDIZA

**44** ■■■ Opera y simplifica todo lo posible las siguientes expresiones:

a)  $\frac{x}{x^2 - 1} : \left( \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1} \right)$       b)  $\left( \frac{-4x}{(x+2)^2} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{x^2+4}$

c)  $1 - \frac{3}{x} : \left[ (x+2) - \frac{x^2+1}{x} \right]$

a)  $\frac{x}{x^2 - 1} : \left( \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1} \right) = \frac{x}{x^2 - 1} : \left( \frac{3x - 3 - 2x - 2}{x^2 - 1} \right) = \frac{x}{x^2 - 1} : \frac{x-5}{x^2 - 1} =$   
 $= \frac{x(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)(x - 5)} = \frac{x}{x - 5}$

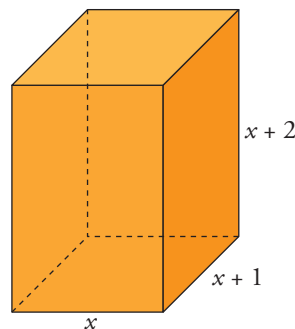
b)  $\left( \frac{-4x}{(x+2)^2} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{x^2+4} = \left( \frac{-4x + x + 2}{(x+2)^2} \right) \cdot \frac{x+2}{x^2+4} =$   
 $= \frac{-3x + 2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{x^2+4} = \frac{(-3x+2)(x+2)}{(x+2)^2(x^2+4)} =$   
 $= \frac{-3x+2}{(x+2)(x^2+4)}$

c)  $1 - \frac{3}{x} : \left[ (x+2) - \frac{x^2+1}{x} \right] = 1 - \frac{3}{x} : \left[ \frac{x(x+2) - x^2 - 1}{x} \right] =$   
 $= 1 - \frac{3}{x} : \left( \frac{x^2 + 2x - x^2 - 1}{x} \right) = 1 - \frac{3}{x} : \frac{2x-1}{x} =$   
 $= 1 - \frac{3x}{x(2x-1)} = 1 - \frac{3}{2x-1} = \frac{2x-1-3}{2x-1} = \frac{2x-4}{2x-1}$

**45** ■■■ Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son tres números consecutivos.

Área:  $2[(x+1)(x+2) + x(x+1) + x(x+2)] =$   
 $= 2(x^2 + 3x + 2 + x^2 + x + x^2 + 2x) =$   
 $= 2(3x^2 + 6x + 2) = 6x^2 + 12x + 4$

Volumen:  $x(x+1)(x+2) = x(x^2 + 3x + 2) =$   
 $= x^3 + 3x^2 + 2x$

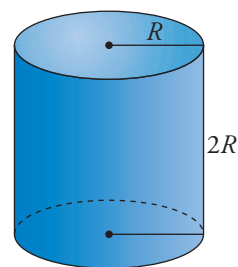


# 4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 46** ■■■ Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un cilindro cuya altura mide el doble del radio de la base.

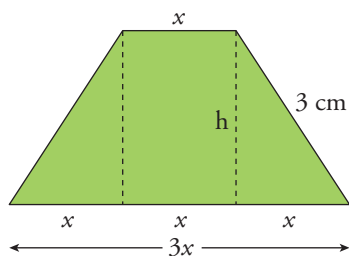
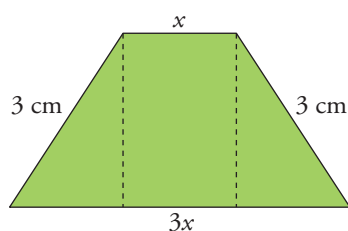
$$\text{Área: } 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot 2R = 2\pi R^2 + 4\pi R^2 = 6\pi R^2$$

$$\text{Volumen: } \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$$



- 47** ■■■ Expresa algebraicamente el área de este trapecio isósceles:

 Quizá te sea útil recordar el teorema de Pitágoras.



$$\text{Altura: } h = \sqrt{9 - x^2}$$

$$\text{Área: } \frac{(3x + x)\sqrt{9 - x^2}}{2} = 2x\sqrt{9 - x^2}$$