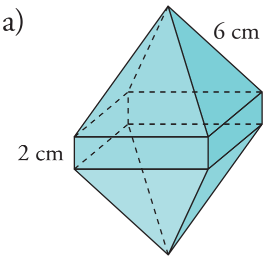
PÁGINA 239

PRACTICA

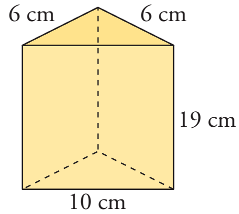
Desarrollos y áreas

1 **Dibuja el desarrollo plano y calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos:**

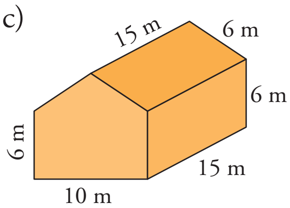
a)



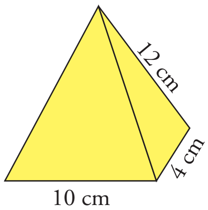
b)



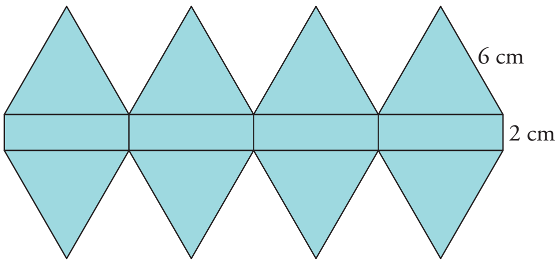
c)



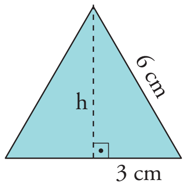
d)



a)



Altura de una cara:



$h^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow h^2 = 27 \rightarrow h = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

Área del triángulo:

$A = \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6 \text{ cm}^2$

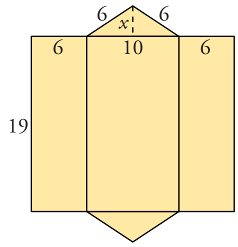
Área de un rectángulo:

$6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^2$

Área de la figura:

$8 \cdot 15{,}6 + 4 \cdot 12 = 172{,}8 \text{ cm}^2$

b)



Hallamos la altura de la base:

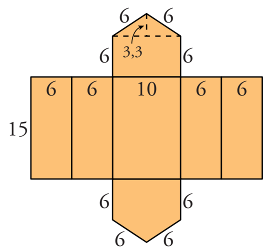
$6^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 36 = x^2 + 25 \rightarrow x^2 = 36 - 25 = 11 \rightarrow x = \sqrt{11} \approx 3,3$ cm

Área base $= \dfrac{10 \cdot 3,3}{2} = 16,5$ cm^2

Área lateral = (Perímetro base) · altura $= 22 \cdot 19 = 418$ cm^2

Área total $= 418 + 2 \cdot 16,5 = 451$ cm^2

c)

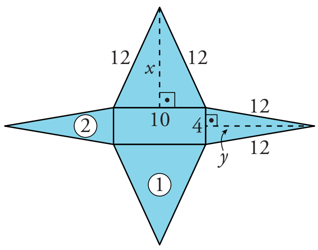


Área base $= 10 \cdot 6 + \dfrac{10 \cdot 3,3}{2} = 60 + 16,5 = 76,5$ m^2

Área lateral $= 34 \cdot 15 = 510$ m^2

Área total $= 510 + 2 \cdot 76,5 = 663$ m^2

d)



Hallamos x e y (alturas de las caras laterales):

$12^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 144 = x^2 + 25 \rightarrow x^2 = 119 \rightarrow x \approx 10,9$ cm

$12^2 = y^2 + 2^2 \rightarrow y^2 = 140 \rightarrow y \approx 11,8$ cm

Área de las caras laterales:

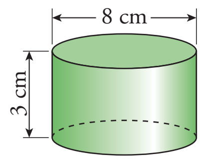
$A_{1} = \dfrac{10 \cdot 10,9}{2} = 54,5$ cm^2; $\quad A_{2} = \dfrac{4 \cdot 11,8}{2} = 23,6$ cm^2

Área de la base $= 10 \cdot 4 = 40$ cm^2

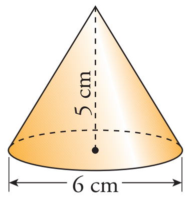
Área total $= 40 + 2 \cdot 54,5 + 2 \cdot 23,6 = 196,2$ cm^2

2 □□□ **Calcula la superficie total de cada cuerpo:**

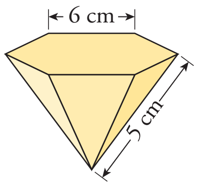
a)



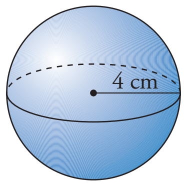
b)



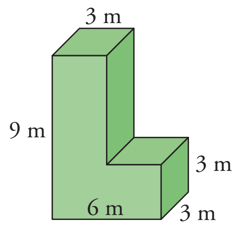
c)



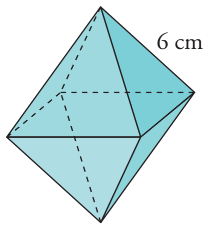
d)



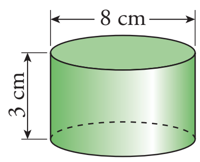
e)



f)



a)

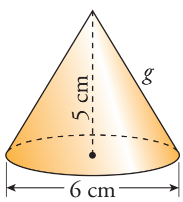


Área base $= \pi \cdot 4^2 \approx 50{,}27$ cm^2

Área lateral $= 2\pi \cdot 4 \cdot 3 \approx 75{,}4$ cm^2

Área total $= 2 \cdot 50{,}27 + 75{,}4 = 175{,}94$ cm^2

b)



Área base $= \pi \cdot 3^2 \approx 28{,}27$ cm^2

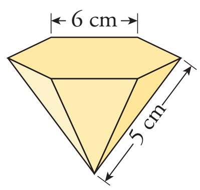
Hallamos la generatriz:

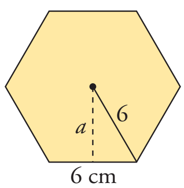
$g^2 = 5^2 + 3^2 \rightarrow g \approx 5{,}83$ cm

Área lateral $= \pi \cdot 3 \cdot 5{,}83 \approx 54{,}95$ cm^2

Área total $= 28{,}27 + 54{,}95 = 83{,}22$ cm^2

c)



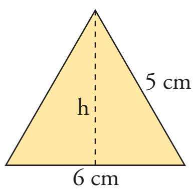


Apotema del hexágono:

$a^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \rightarrow a = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

Área del hexágono:

$\dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6$ cm^2



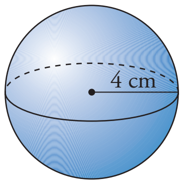
Altura del triángulo:

$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \rightarrow h = 4$ cm

Área de un triángulo $= \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12$ cm^2

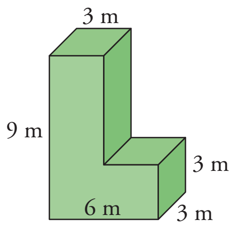
Área total $= 93{,}6 + 6 \cdot 12 = 165{,}6$ cm^2

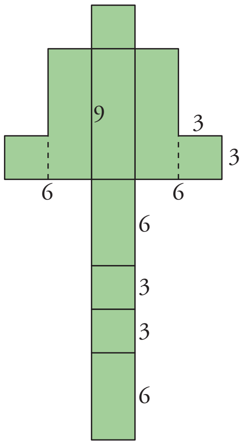
d)



Área de la superficie esférica = $4\pi \cdot 4^2 = 201,1\ \text{cm}^2$

e)





5 cuadrados de lado 3:

$5 \cdot 3^2 = 45\ \text{m}^2$

2 rectángulos de 6×3:

$2 \cdot 6 \cdot 3 = 36\ \text{m}^2$

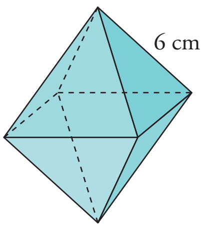
3 rectángulos de 9×3:

$3 \cdot 9 \cdot 3 = 81\ \text{m}^2$

Área total:

$45 + 36 + 81 = 162\ \text{m}^2$

f)



Altura de una cara: $h^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \rightarrow h \approx 5,2$ cm

Área de una cara = $\dfrac{6 \cdot 5,2}{2} = 15,6\ \text{cm}^2$

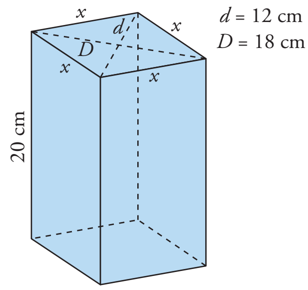
Área total = $8 \cdot 15,6 = 124,8\ \text{cm}^2$

3 ■□□ **Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:**

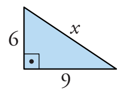
a) Prisma de altura 20 cm y cuya base es un rombo de diagonales 18 cm y 12 cm.

b) Pirámide hexagonal regular de arista lateral 18 cm y arista básica 6 cm.

a)



Hallamos el lado del rombo:



$x^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$

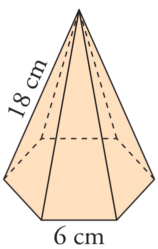
$x = \sqrt{117} \approx 10,82$ cm

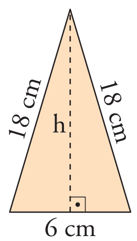
Área lateral = $4(20 \cdot 10,82) = 865,6\ \text{cm}^2$

Área base = $\dfrac{18 \cdot 12}{2} = 108\ \text{cm}^2$

Área total = $865,6 + 108 \cdot 2 = 1\,081,6\ \text{cm}^2$

b)





Área de una cara lateral:

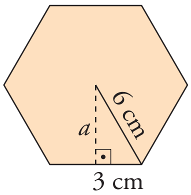
$h^2 = 18^2 - 3^2 \rightarrow$

$\rightarrow h^2 = 315 \rightarrow h = \sqrt{315} \approx 17,75$ cm

Área = $\dfrac{6 \cdot 17,75}{2} = 53,25\ \text{cm}^2$

Área lateral = $6 \cdot 53,25 = 319,5\ \text{cm}^2$

Área de la base:



$a^2 = 6^2 - 3^2 \;\rightarrow\; a^2 = 27 \;\rightarrow\; a = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

$\text{Área} = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

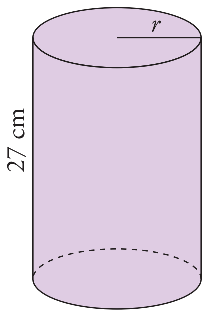
$\text{Área total} = 319{,}5 + 93{,}6 = 413{,}1 \text{ cm}^2$

4 □□□ **Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:**

a) Cilindro de altura 27 cm y cuya circunferencia básica mide 44 cm.

b) Tronco de cono generado al girar un trapecio rectángulo de bases 10 cm y 12 cm y altura 5 cm alrededor de esta.

a)



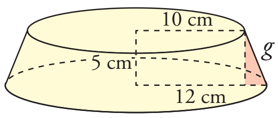
Radio de la base: $2\pi r = 44 \;\rightarrow\; r = \dfrac{44}{2\pi} = \dfrac{22}{\pi}$

$\text{Área base} = r^2 = \pi \cdot \left(\dfrac{22}{\pi}\right)^2 = 154{,}1 \text{ cm}^2$

$\text{Área lateral} = (2\pi r) \cdot \text{h} = 2\pi \cdot \dfrac{22}{\pi} \cdot 27 = 1\,188 \text{ cm}^2$

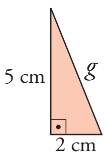
$\text{Área total} = 2 \cdot 154{,}1 + 1\,188 = 1\,496{,}2 \text{ cm}^2$

b)



$\text{Área base menor} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314 \text{ cm}^2$

$\text{Área base mayor} = \pi \cdot 12^2 = 144\pi \approx 452{,}16 \text{ cm}^2$



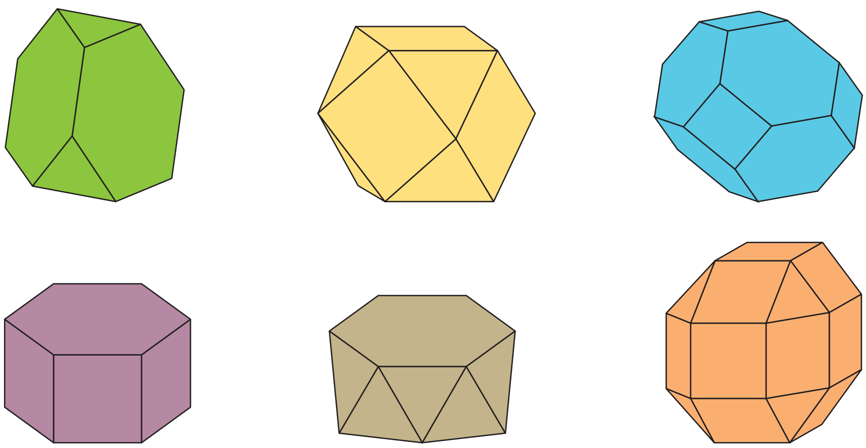
$\text{Área lateral} = \pi(r + r') \cdot g$

$g^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29 \;\rightarrow\; g = \sqrt{29} \approx 5{,}39$ cm

$\text{Área lateral} = \pi(10 + 12) \cdot 5{,}39 \approx 372{,}34 \text{ cm}^2$

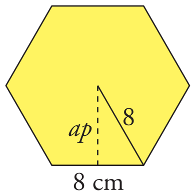
$\text{Área total} = 372{,}34 + 314 + 452{,}16 = 1\,138{,}50 \text{ cm}^2$

5 □□□ **Calcula el área total de los siguientes poliedros semirregulares de arista 8 cm:**



11 Soluciones a los ejercicios y problemas

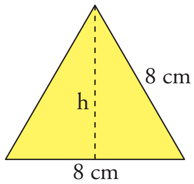
- Área de un hexágono regular de 8 cm de lado:



$ap^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \;\rightarrow\; ap = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

$\text{Área} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \text{ cm}^2$

- Área de un triángulo equilátero de 8 cm de lado:

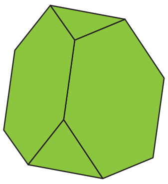


$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \;\rightarrow\; h = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

$\text{Área} = \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 27{,}72 \text{ cm}^2$

ÁREAS DE LOS POLIEDROS

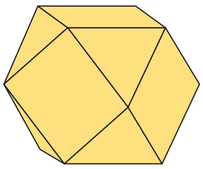
A)



Cuatro hexágonos y cuatro triángulos.

$A = 4 \cdot 166{,}32 + 4 \cdot 27{,}72 = 776{,}16 \text{ cm}^2$

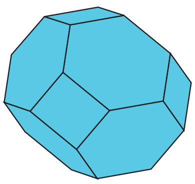
B)



Seis cuadrados y ocho triángulos.

$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27{,}72 = 605{,}76 \text{ cm}^2$

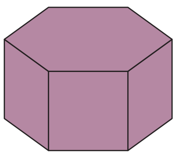
C)



Seis cuadrados y ocho hexágonos.

$A = 6 \cdot 8^2 + 8 \cdot 166{,}32 = 1\,714{,}56 \text{ cm}^2$

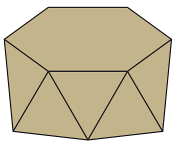
D)



Dos hexágonos y seis cuadrados.

$A = 2 \cdot 166{,}32 + 6 \cdot 8^2 = 716{,}64 \text{ cm}^2$

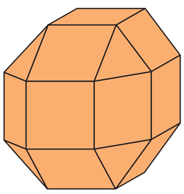
E)



Dos hexágonos y doce triángulos.

$A = 2 \cdot 166{,}32 + 12 \cdot 27{,}72 = 665{,}28 \text{ cm}^2$

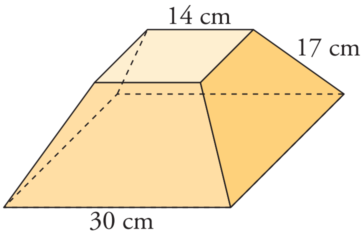
F)

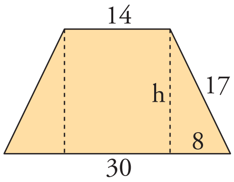


Tiene 18 cuadrados y 8 triángulos.

$A = 18 \cdot 8^2 + 8 \cdot 27{,}72 = 1\,373{,}76 \text{ cm}^2$

6 □□□ **Halla el área total de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas bases tienen de lado 30 cm y 14 cm y cuya arista lateral mide 17 cm.**





- Área base menor = $14^2 = 196$ cm^2
- Área base mayor = $30^2 = 900$ cm^2
- Área lateral:

  $30 - 14 = 16 \quad 8 \quad 16 : 2 = 8$

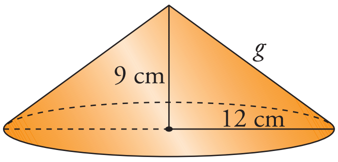
  $h^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \quad \rightarrow \quad h = 15$ cm

  Área trapecio = $\dfrac{(14 + 30) \cdot 15}{2} = 330$ cm^2

  Área lateral = $4 \cdot 330 = 1\,320$ cm^2
- Área total = $196 + 900 + 1\,320 = 2\,416$ cm^2

7 □□□ **Haciendo girar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 9 cm y 12 cm alrededor de cada uno de ellos, se obtienen dos conos. Dibújalos y halla el área total de cada uno de ellos.**

a)

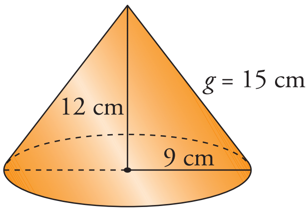


- Área base = $\pi \cdot 12^2 = 144\pi$ cm^2
- Área lateral:

  $g^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \quad \rightarrow \quad g = \sqrt{225} = 15$ cm

  $A = \pi \cdot 12 \cdot 15 = 180\pi$ cm^2
- Área total = $144 \cdot \pi + 180\pi = 324\pi \approx 1\,017{,}88$ cm^2

b)

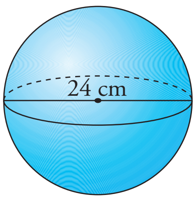


Área base = $\pi \cdot 9^2 = 81\pi$ cm^2

Área lateral = $\pi \cdot 9 \cdot 15 = 135\pi$ cm^2

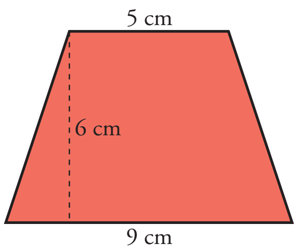
Área total = $81\pi + 135\pi = 216\pi \approx 678{,}58$ cm^2

8 □□□ **Calcula la superficie de una esfera cuyo diámetro mide 24 cm. ¿Cuál será el área de un casquete esférico de 12 cm de altura de esa misma esfera?**



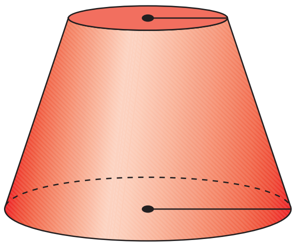
- Superficie esférica = $4\pi R^2 = 4\pi \cdot 12^2 = 1\,809{,}56$ cm^2
- Casquete esférico de 12 cm de altura: es la mitad de la superficie esférica = $904{,}78$ cm^2.

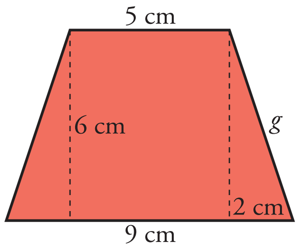
9 □□□ **Calcula el área total del tronco de cono generado al girar este trapecio isósceles alrededor de una recta perpendicular a sus bases en su punto medio:**



Calculamos la generatriz:

$g^2 = 6^2 + 2^2 \;\rightarrow\; g = \sqrt{40} \approx 6{,}32$ cm



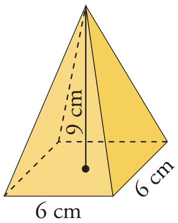


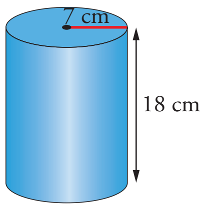
- Área lateral $= \pi(r + r')g = \pi(4{,}5 + 2{,}5) \cdot 6{,}32 = 138{,}98$ cm^2
- Área de las bases $= \pi \cdot 4{,}5^2 + \pi \cdot 2{,}5^2 = 83{,}25$ cm^2
- Área total $= 138{,}98 + 83{,}25 = 222{,}23$ cm^2

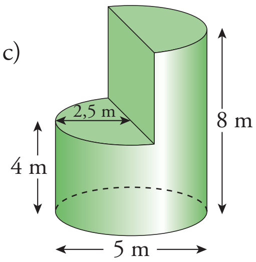
PÁGINA 240

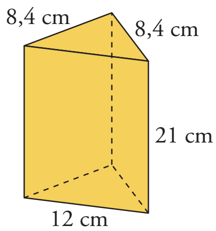
Volúmenes

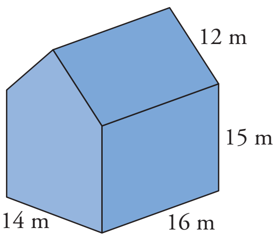
10 □□□ **Calcula el volumen de estos cuerpos:**

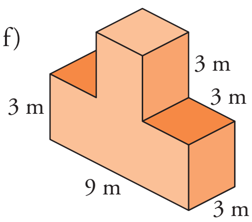
a) 

b) 

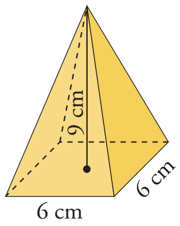
c) 

d) 

e) 

f) 

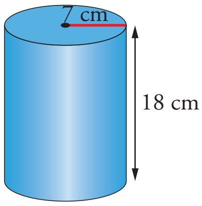
a)



$V = \frac{1}{3} 6^2 \cdot 9 \text{ cm}^3$

$V = 108 \text{ cm}^3$

b)

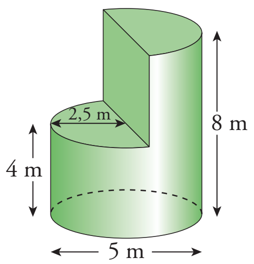


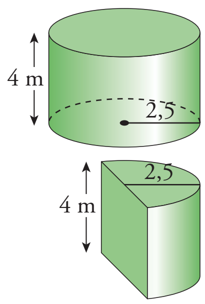
$V = \pi R^2 h$

$V = \pi \cdot 7^2 \cdot 18 = 882\pi \text{ cm}^3$

$V = 2\,770{,}88 \text{ cm}^3$

c)





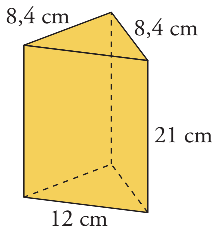
$V_1 = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4 = 25\pi \text{ m}^3$

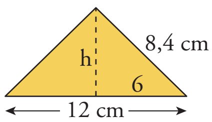
$V_2 = \frac{\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4}{2} = 12{,}5\pi \text{ m}^3$

Volumen total:

$25\pi + 12{,}5\pi \approx 117{,}81 \text{ m}^3$

d)



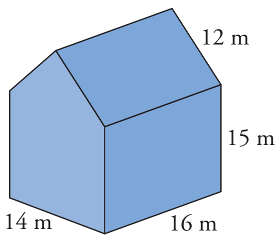


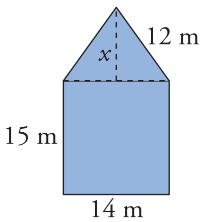
$h^2 = 8{,}4^2 - 6^2 = 34{,}56 \rightarrow h \approx 5{,}88 \text{ cm}$

Área de la base $= \frac{12 \cdot 5{,}88}{2} = 35{,}28 \text{ cm}^2$

Volumen = Área base · altura $= 35{,}28 \cdot 25 = 740{,}88 \text{ cm}^3$

e)



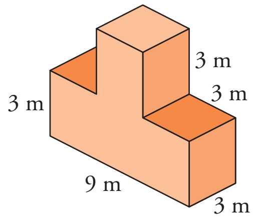


$12^2 = x^2 + 7^2 \rightarrow x^2 = 144 - 49 = 95 \rightarrow x = \sqrt{95} \approx 9{,}7 \text{ m}$

Área de la base $= 15 \cdot 14 + \frac{14 \cdot 9{,}7}{2} \approx 277{,}9 \text{ m}^2$

$V = (\text{Área de la base}) \cdot h = 277{,}9 \cdot 16 = 4\,446{,}4 \text{ m}^3$

f)



Podemos descomponer la figura en cuatro cubos de arista 3 cm.

$V = 4 \cdot 3^3 = 108 \text{ cm}^3$

11 **Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:**

a) Octaedro regular de arista 10 cm.

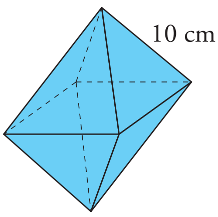
b) Pirámide hexagonal regular cuya arista lateral mide 15 cm y la arista de la base 8 cm.

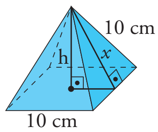
c) Cono de radio 9 cm y generatriz 15 cm.

d) Semiesfera de radio 10 cm.

e) Cilindro inscrito en un prisma recto de base cuadrada de lado 6 cm y altura 18 cm.

a) Podemos descomponerlo en dos pirámides cuadrangulares de arista 10 cm.





$x^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \;\rightarrow\; x = \sqrt{75}$ cm

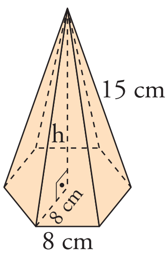
$h^2 = x^2 - 5^2 = 75 - 25 = 50 \;\rightarrow$

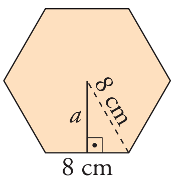
$\rightarrow\; h = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ cm

Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot \text{altura} = \frac{1}{3} 10^2 \cdot 7{,}07 \approx 235{,}67 \text{ cm}^3$

Volumen del octaedro $= 2 \cdot 235{,}67 \approx 471{,}34 \text{ cm}^3$

b)





- Calculamos la altura de la pirámide:

  $h^2 = 15^2 - 8^2 = 161 \;\rightarrow\; h = \sqrt{161} \approx 12{,}69$ cm

- Hallamos el área de la base:

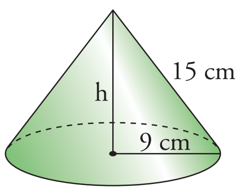
  $a^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \;\rightarrow\; a = \sqrt{48} \approx 6{,}93$ cm

- Área $= \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \text{ cm}^2$

- Volumen $= \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h =$

  $= \frac{1}{3} \cdot 166{,}32 \cdot 12{,}69 \approx 703{,}53 \text{ cm}^3$

c)



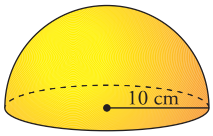
- Hallamos la altura:

  $h^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \;\rightarrow\; h = \sqrt{144} = 12$ cm

- Área de la base $= \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$

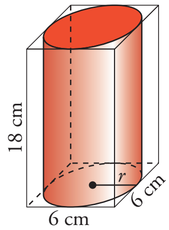
- Volumen $= \frac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 12 = 36\pi \approx 113{,}1 \text{ cm}^3$

d)



$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4\,000\pi}{6} \approx 2\,094{,}4 \text{ cm}^3$$

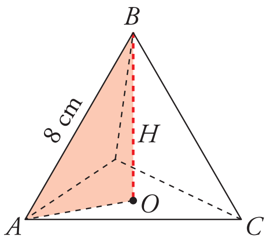
e)



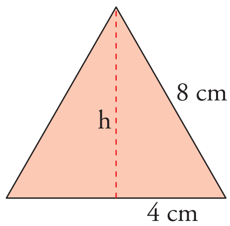
Radio del cilindro = 3 cm

$V = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 18 = 162\pi \approx 508{,}94 \text{ cm}^3$

12 **Calcula el volumen de este tetraedro regular:**



☞ *Para hallar la altura H, recuerda que* $\overline{AO} = \frac{2}{3}h$, *donde* h *es la altura de una cara.*



$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

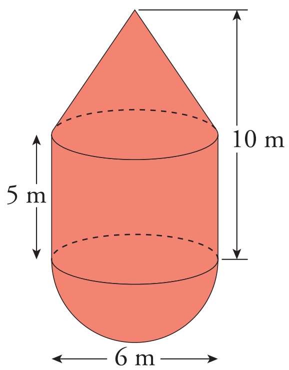
$\left.\begin{array}{l} h = \sqrt{48} \approx 6{,}93 \\ \overline{AO} = \frac{2}{3} \cdot 6{,}93 = 4{,}62 \end{array}\right\}$ Área de la base: $A = \frac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 27{,}72 \text{ cm}^2$

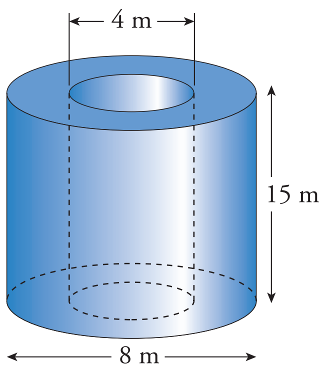
Calculamos la altura del tetraedro:

$H^2 = 8^2 - 4{,}62^2 \;\rightarrow\; H \approx 6{,}53 \text{ cm}$

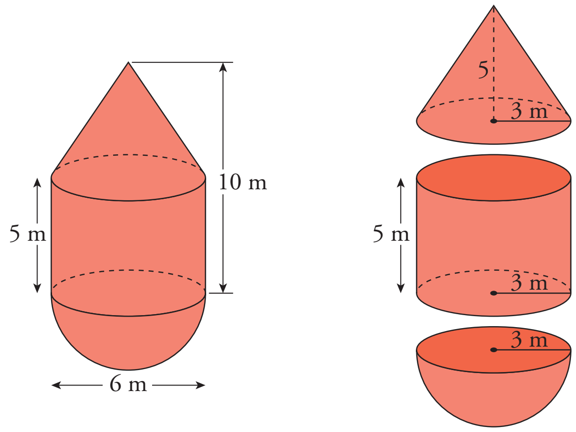
$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \cdot 27{,}72 \cdot 6{,}53 = 60{,}34 \text{ cm}^3$

13 **Calcula el volumen de estos cuerpos:**





a)



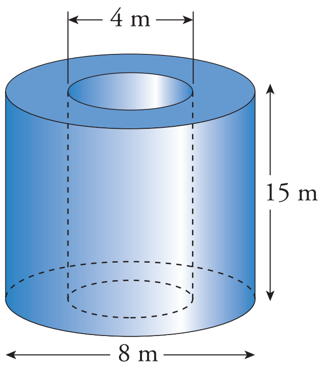
$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{CILINDRO}} = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{SEMIESFERA}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{TOTAL}} = 15\pi + 45\pi + 18\pi = 78\pi \approx 245{,}04 \text{ m}^3$

b)



$V_{\text{CILINDRO GRANDE}} = \pi \cdot R^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 15 = 240\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{CILINDRO PEQUEÑO}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 15 = 60\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{TOTAL}} = 240\pi - 60\pi = 180\pi \approx 565{,}49 \text{ m}^3$

15 **Calcula el volumen de un tronco de cono de radios 12 cm y 16 cm y altura 20 cm.**

Calculamos las alturas de los conos que forman el tronco:

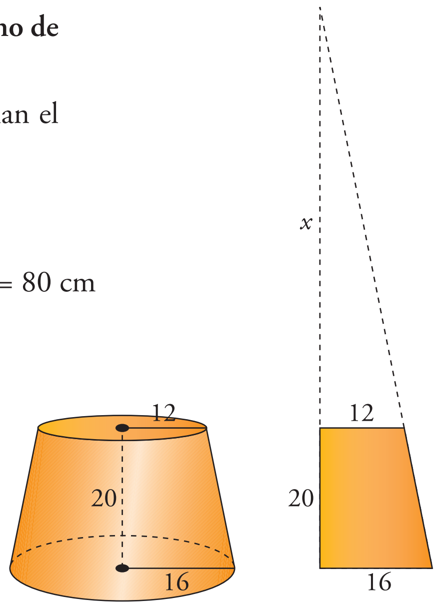
$\frac{x}{12} = \frac{x + 20}{16} \rightarrow 16x = 12x + 240 \rightarrow$

$\rightarrow 4x = 240 \rightarrow x = 60 \text{ cm} \rightarrow \text{h} = 20 + 60 = 80 \text{ cm}$

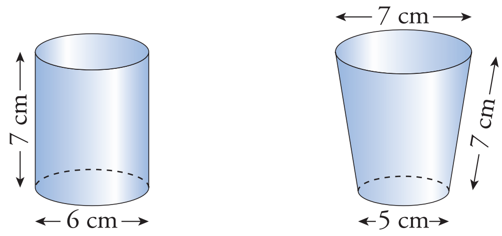
$V_{\text{TRONCO}} = V_{\text{CONO MAYOR}} - V_{\text{CONO MENOR}} =$

$= \frac{1}{3}\pi \cdot 16 \cdot 80 - \frac{1}{3}\pi \cdot 12 \cdot 60 =$

$= \frac{560}{3}\pi \approx 586{,}43 \text{ cm}^3$

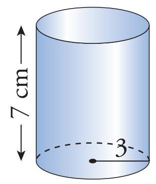


16 a) ¿Qué vaso tiene mayor capacidad?



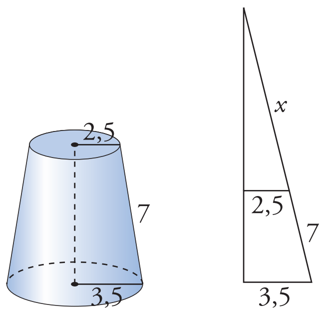
b) ¿Cuántos litros son 10 de estos vasos?

a)



$V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot 3^3 \cdot 7 = 63\pi \approx 197{,}92 \text{ cm}^3$

- Volumen tronco de cono:



$\dfrac{x}{2{,}5} = \dfrac{x+7}{3{,}5} \rightarrow 3{,}5x = 2{,}5x + 17{,}5 \rightarrow$

$\rightarrow x = 17{,}5 \text{ cm} \rightarrow$

$\rightarrow x + 7 = 24{,}5 \text{ cm}$

Altura cono grande: $h_1^2 = 24{,}5^2 - 3{,}5^2 \rightarrow h_1 = 24{,}25$ cm

Altura cono pequeño: $h_2^2 = 17{,}5^2 - 2{,}5^2 \rightarrow h_2 = 17{,}32$ cm

Volumen tronco $= \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 24{,}25 - \dfrac{1}{3}\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 17{,}32 \approx 197{,}72 \text{ cm}^3$

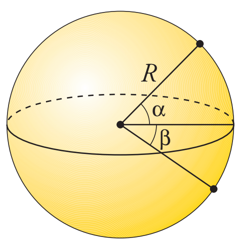
Es un poco mayor el cilindro.

b) 10 vasos son 1,97 *l*, aproximadamente.

PÁGINA 241

Coordenadas geográficas

17 **Dos ciudades tienen la misma longitud, 15° E, y sus latitudes son 37° 25' N y 22° 35' S. ¿Cuál es la distancia entre ellas?**



$\alpha = 37° \ 25'$

$\beta = 22° \ 35'$

Tenemos que hallar la longitud del arco correspondiente a un ángulo de $\alpha + \beta = 37° \ 25' + 22° \ 35' = 60°$

Distancia $= \dfrac{2\pi R \cdot 60°}{360°} = \dfrac{2\pi \cdot 6\,370 \cdot 60}{360} \approx 6\,670{,}65$ km

18 **Cuando en el huso 0 son las 8 a.m., ¿qué hora es en el huso 3.° al E? ¿Y en el huso 5.° O?**

En el huso 3° E son tres horas más, es decir, las 11 a.m.

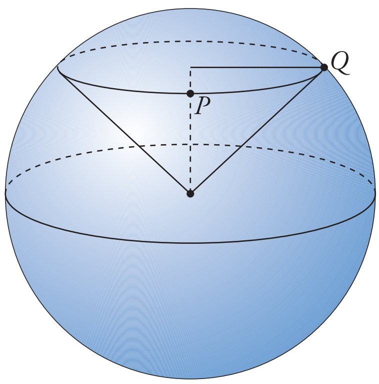
En el huso 5° O son cinco horas menos, es decir, las 3 a.m.

19 **La "milla marina" es la distancia entre dos puntos del ecuador cuya diferencia de longitudes es 1'. Calcula la longitud de una "milla marina".**

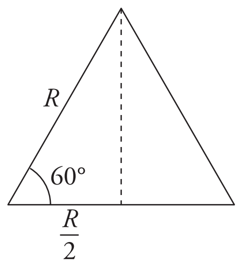
$1' = \frac{1}{60}$ grados; radio de la Tierrra: $R \approx 6\,370$ km

Milla marina $\rightarrow$ $\dfrac{2\pi R \cdot \frac{1}{60}}{360} = \dfrac{2\pi R}{21\,600} \approx \dfrac{2\pi \cdot 6\,370}{21\,600} \approx 1{,}85$ km

20 **Dos puntos P y Q de la Tierra están en el paralelo 60° N y sus longitudes son 3° E y 50° E. Calcula la distancia entre esos puntos y di en qué huso horario se encuentra cada uno. Si en P son las 11 a.m., ¿qué hora es en Q?**



Calculamos el radio del paralelo 60°. Para ello, tenemos en cuenta el triángulo equilátero de lado $R = 6\,370$ km.



El radio del paralelo 60° es $r = \frac{R}{2} = 3\,185$ km.

El ángulo entre P y Q es $50° - 3° = 47°$.

Distancia $= \dfrac{2\pi r \cdot 47}{360} = \dfrac{2\pi \cdot 3\,185 \cdot 47}{360} \approx 2\,612{,}67$ km

P está en el huso 0 y Q en el 3 al E.

Si en P son las 11 a.m., en Q son 3 horas más, las 2 p.m.

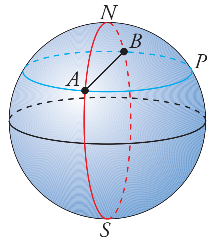
21 **Roma está en el huso 1.° E y Nueva York, en el 5.° O. Si un avión sale de Roma a las 11 p.m. y el vuelo dura 8 h, ¿cuál será la hora local de llegada a Nueva York?**

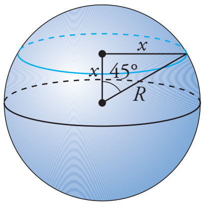
5 + 1 = 6 horas menos en Nueva York que en Roma.

11 p.m. + 8 = 19 $\rightarrow$ 7 a.m. hora de Roma.

19 – 6 = 13 p.m. = 1 a.m. es la hora de llegada a Nueva York.

22 **Un avión tiene que ir de A a B, dos lugares diametralmente opuestos en el paralelo 45°. Puede hacerlo siguiendo el paralelo (APB) o siguiendo la ruta polar (ANB). ¿Cuál es la más corta?**





- Hallamos el radio del paralelo 45°:

$$R^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \rightarrow x^2 = \frac{R^2}{2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{R^2}{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{6\,370}{\sqrt{2}} \approx 4\,504{,}27 \text{ km}$$

Por tanto, la longitud del arco APB, es:

$$L_{APB} = \frac{2\pi \cdot 4\,504{,}27}{2} \approx \pi \cdot 4\,504{,}27 \approx 14\,143{,}41 \text{ km}$$

- El radio de la Tierra es $R \approx 6\,370$ km.

Para ir de A a B por la ruta ANB, se abarca un ángulo de 45° + 45° = 90° sobre el meridiano. Por tanto, la longitud del arco ANB es:

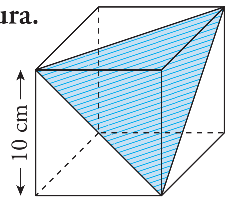
$$L_{ANB} = \frac{2\pi R \cdot 90°}{360°} = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi R}{2} \approx \frac{\pi \cdot 6\,370}{2} \approx 10\,000{,}9 \text{ km}$$

- La ruta más corta es la polar.

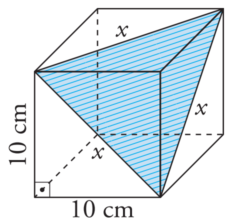
PIENSA Y RESUELVE

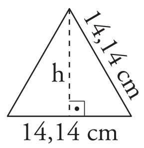
23 **a) Calcula la superficie del triángulo coloreado en la figura.**

b) ¿Cuál es la superficie del mayor tetraedro que cabe dentro de ese cubo?



a) • Cada uno de los lados del triángulo es la diagonal de una de las caras del cubo. Por tanto, mide: $x^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200 \rightarrow x = \sqrt{200} \approx 14{,}14$ cm





- La altura del triángulo es:

$$14{,}14^2 = h^2 + 7{,}07^2 \rightarrow 200 = h^2 + 50 \rightarrow h^2 = 150 \rightarrow h = \sqrt{150} \approx 12{,}25 \text{ cm}$$

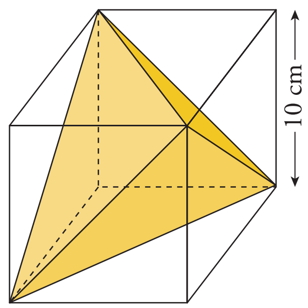
- El área del triángulo es: $A = \dfrac{14{,}14 \cdot 12{,}25}{2} \approx 86{,}61 \text{ cm}^2$

b) • Las caras son triángulos como los del apartado anterior; por tanto, el área de una cara es:

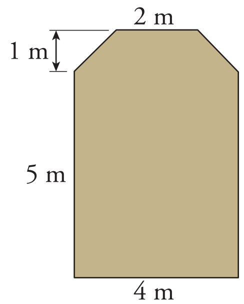
$$A_1 \approx 86{,}61 \text{ cm}^2$$

• Como son cuatro triángulos iguales, el área del tetraedro será:

$$A_T = 4 \cdot 86{,}61 = 346{,}44 \text{ cm}^2$$

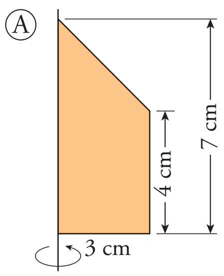


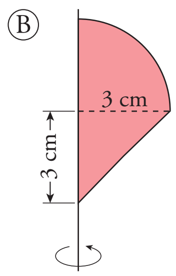
24 □□□ **Calcula el volumen de una habitación de 2,30 m de altura, cuya planta tiene la forma y dimensiones indicadas en la figura.**

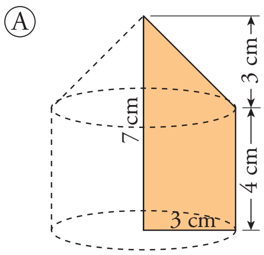


- Área rectángulo = $4 \cdot 5 = 20 \text{ m}^2$
- Área trapecio = $\dfrac{(4 + 2) \cdot 1}{2} = 3 \text{ m}^2$
- Área base = $20 + 3 = 23 \text{ m}^2$
- Volumen = (Área base) · h = $23 \cdot 2{,}30 = 52{,}9 \text{ m}^3$

25 □□□ **Calcula el volumen de los cuerpos de revolución que genera cada una de estas figuras planas al girar alrededor del eje indicado:**

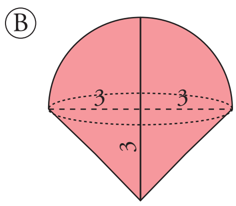






Ⓐ

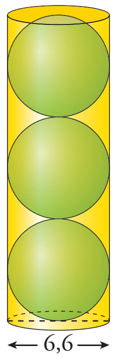
- $V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi \text{ cm}^3$
- $V_{\text{CONO}} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi \text{ cm}^3$
- $V_{\text{TOTAL}} = 36\pi + 9\pi = 45\pi = 141{,}37 \text{ cm}^3$



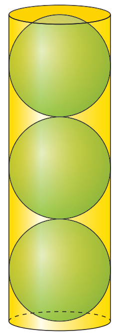
Ⓑ

- $V_{\text{SEMIESFERA}} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 18\pi \text{ cm}^3$
- $V_{\text{CONO}} = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi \text{ cm}^3$
- $V_{\text{TOTAL}} = 18\pi + 9\pi = 27\pi = 84{,}82 \text{ cm}^3$

26 **Tres pelotas de tenis se introducen en una caja cilíndrica de 6,6 cm de diámetro en la que encajan hasta el borde. Halla el volumen de la parte vacía.**



- Altura del cilindro = 6,6 · 3 = 19,8 cm
- $V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot 3{,}3^2 \cdot 19{,}8 \approx 677{,}4 \text{ cm}^3$
- $V_{\text{ESFERAS}} = 3\left(\frac{4}{3}\pi \cdot 3{,}3^3\right) = 451{,}6 \text{ cm}^3$
- $V_{\text{PARTE VACÍA}} = 677{,}4 - 451{,}6 = 225{,}8 \text{ cm}^3$

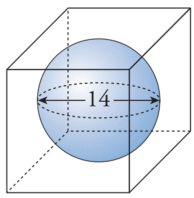


27 **Se introduce una bola de piedra de 14 cm de diámetro en un recipiente cúbico de 14 cm de arista lleno de agua y después se retira. Calcula:**

a) La cantidad de agua que se ha derramado.

b) La altura que alcanza el agua en el recipiente después de sacar la bola.

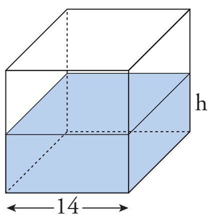
a)



$V_{\text{CUBO}} = 14^3 = 2\,744 \text{ cm}^3$

$V_{\text{AGUA DERRAMADA}} = V_{\text{ESFERA}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3 \approx 1\,436{,}76 \text{ cm}^3$

b)



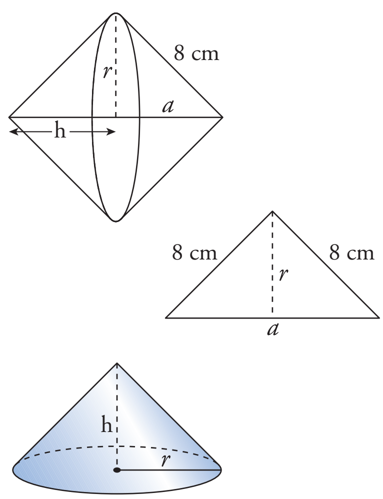
$V_{\text{AGUA NO DERRAMADA}} = 2\,744 - 1\,436{,}76 = 1\,307{,}24 \text{ cm}^3$

Altura que alcanza el agua:

$1\,307{,}24 = 14^2 \cdot \text{h} \rightarrow \text{h} = 6{,}67 \text{ cm}$

28 **Un triángulo rectángulo isósceles, cuyos catetos miden 8 cm respectivamente, se hace girar alrededor de la hipotenusa. Halla el volumen del cuerpo que se forma.**

Se forman dos conos iguales cuya altura es la mitad de la hipotenusa.



$a^2 = 8^2 + 8^2 = 128 \rightarrow a = 11{,}31 \text{ cm}$

$r^2 = 8^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 64 - 32 = 32 \rightarrow r \approx 5{,}66 \text{ cm}$

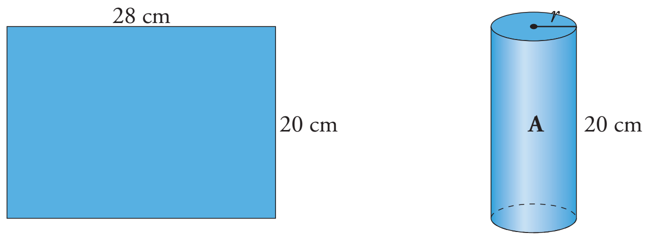
Radio de la base: $r = 5{,}66$ cm

Altura = $\text{h} = \frac{a}{2} = \frac{11{,}31}{2} = 5{,}56$ cm

$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 5{,}66 \cdot 5{,}66 = 189{,}67 \text{ cm}^3$

$V_{\text{TOTAL}} = 2 \cdot 189{,}67 = 379{,}34 \text{ cm}^3$

29 ■■□ **Queremos hacer un tubo cilíndrico soldando por los lados un rectángulo de 28 cm de largo y 20 cm de ancho. ¿Cómo se consigue mayor volumen, soldando por los lados de 28 cm o por los de 20 cm?**

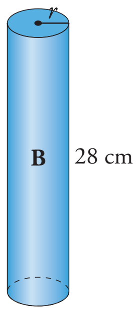


A • Radio: $2\pi r = 28 \rightarrow r = \dfrac{14}{\pi}$ cm

• Volumen: $\pi r^2 h = \pi\left(\dfrac{14}{\pi}\right)^2 \cdot 20 = 1\,247{,}77$ cm^3

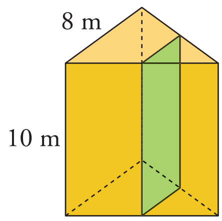
B • Radio: $2\pi r = 20 \rightarrow r = \dfrac{10}{\pi}$ cm

• Volumen: $\pi r^2 h = \pi\left(\dfrac{10}{\pi}\right)^2 \cdot 28 = 891{,}27$ cm^3



Se consigue mayor volumen soldando por los lados de 20 cm.

30 ■■□ **Cortamos un prisma triangular regular por un plano perpendicular a las bases y que pasa por el punto medio de dos aristas.**

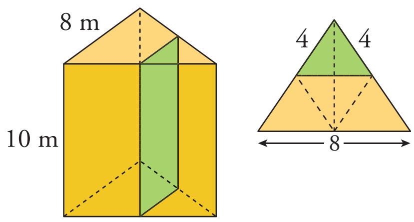


Calcula el volumen de los dos prismas que se obtienen.

• Área del triángulo equilátero de lado 8 m:

$h^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow h \approx 6{,}93$ m

$A = \dfrac{8 \cdot 6{,}93}{2} \approx 27{,}71$ m^2



• Área del triángulo equilátero de lado 4 cm:

$A' = \dfrac{A}{4} = 6{,}93$ m^2

• Volumen del prisma pequeño:

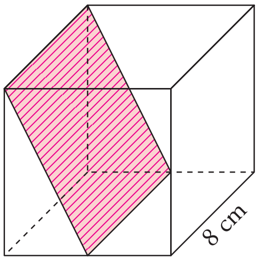
$V_1 = (A_{BASE}) \cdot h = 6{,}93 \cdot 10 = 69{,}3$ m^3

• Para obtener el volumen del prisma grande, restamos V_1 al volumen del prisma triangular inicial:

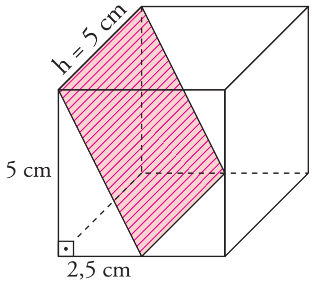
$V = 27{,}71 \cdot 10 - 6{,}93 \cdot 10 = 207{,}8$ m^3

PÁGINA 242

31 □□□ **Seccionamos un cubo como indica la figura.**



¿Cuál es el volumen de las partes seccionadas?



- Tomamos como base el triángulo rectángulo:

  Área base $= \dfrac{5 \cdot 2{,}5}{2} = 6{,}25 \text{ cm}^2$

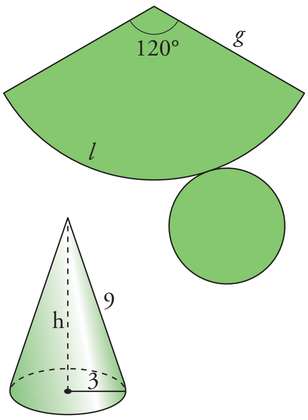
- El volumen de la menor parte seccionada será:

  $V =$ (Área base) $\cdot$ h $= 6{,}25 \cdot 5 = 31{,}25 \text{ cm}^3$

- Volumen de la parte mayor seccionada:

  $V = 5^3 - 31{,}25 = 93{,}75 \text{ cm}^3$

32 □□□ **El desarrollo de la superficie lateral de un cono es un sector circular de 120° de amplitud y cuya área es 84,78 cm². Halla el área total y el volumen del cono.**



- Generatriz del cono:

  $\dfrac{\pi g^2}{84{,}78} = \dfrac{360}{120} \rightarrow g^2 = \dfrac{3 \cdot 84{,}78}{\pi} \rightarrow g \approx 9 \text{ cm}$

- Radio de la base: $2\pi r = l$

  $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 9}{l} = \dfrac{360}{120} \rightarrow 18\pi = 3l \rightarrow l = 6\pi \text{ cm}$

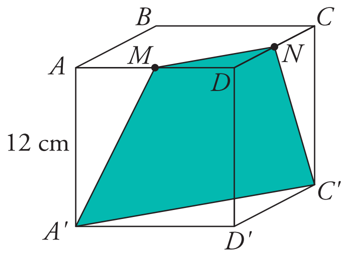
  $2\pi r = 6\pi \rightarrow r = 3 \text{ cm}$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet \text{ Área base} = \pi \cdot 3^2 = 9\pi \approx 28{,}27 \\ \bullet \text{ Área lateral} = 84{,}78 \end{array}\right\} \text{Área total} = 28{,}27 + 84{,}78 = 113{,}05 \text{ cm}^2$$

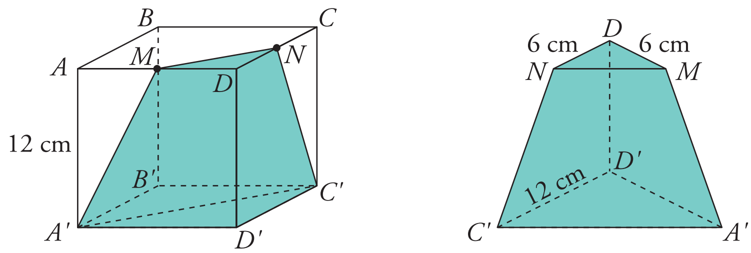
- Altura del cono: $h^2 = 9^2 - 3^2 = 72 \rightarrow h \approx 8{,}49 \text{ cm}$

- Volumen cono $= \dfrac{1}{3}(\text{Área base}) \cdot h = \dfrac{1}{3} 28{,}27 \cdot 8{,}49 \approx 80 \text{ cm}^3$

33 **Cortamos un cubo por un plano que pasa por los puntos $MNC'A'$ (M y N son los puntos medios de las aristas AD y DC, respectivamente).**

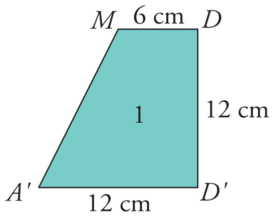


Calcula el área total del menor de los poliedros que se forman.

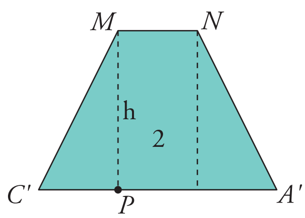


- Triángulo MDN: $A = \dfrac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2$
- Triángulo $A'D'C'$: $A = \dfrac{12 \cdot 12}{2} = 72 \text{ cm}^2$

Caras laterales: trapecios.



$$A_1 = \frac{(12 + 6) \cdot 12}{2} = 108 \text{ cm}^2$$



$\overline{MN}^2 = 6^2 + 6^2 = 72 \rightarrow \overline{MN} = \sqrt{72} \approx 8{,}49 \text{ cm}$

$\overline{A'C'}^2 = 12^2 + 12^2 = 288 \rightarrow \overline{A'C'} = \sqrt{288} = 16{,}97 \text{ cm}$

$\overline{A'P} = \dfrac{16{,}97 - 8{,}49}{2} = 4{,}24 \text{ cm}$

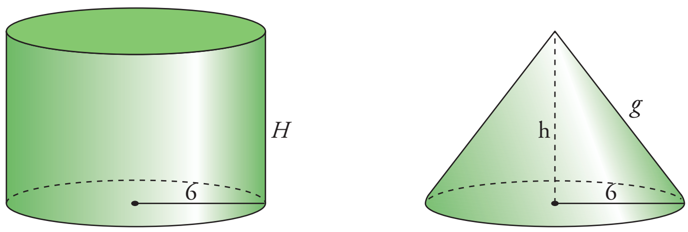
$\overline{MA'}^2 = 12^2 + 6^2 = 180 \rightarrow \overline{MA'} = 13{,}42 \text{ cm}$

$h^2 = 13{,}42^2 - 4{,}24^2 \rightarrow h \approx 12{,}73 \text{ cm}$

$\text{Área}_2 = \dfrac{(8{,}49 + 16{,}97)12{,}73}{2} \approx 162{,}05 \text{ cm}^2$

Área total del poliedro $= 18 + 72 + 2 \cdot 108 + 162{,}1 = 468{,}1 \text{ cm}^2$

34 □□□ **Un cilindro y un cono tienen la misma superficie total, 96π cm^2, y el mismo radio, 6 cm. ¿Cuál de los dos tendrá mayor volumen?**



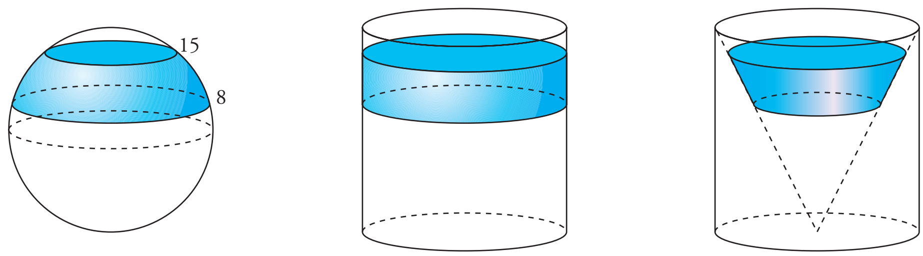
- Área total del cilindro = $2\pi \cdot 6h + 2\pi \cdot 6^2$

  $84\pi H = 96\pi \;\rightarrow\; H = 1,14$ cm
- Volumen del cilindro = $\pi \cdot 6^2 \cdot 1,14 = 128,93$ cm^3
- Área total del cono = $\pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 6g \;\rightarrow\; 36\pi + 6\pi g = 96\pi \;\rightarrow$

  $\rightarrow\; 6\pi g = 60\pi \;\rightarrow\; g = 10$ cm
- Altura del cono: $h^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \;\rightarrow\; h = 8$ cm
- Volumen del cono = $\frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 \approx 301,59$ cm^3

Tiene mayor volumen el cono.

36 □□□ **Se corta una esfera de 50 cm de diámetro por dos planos paralelos a 8 cm y 15 cm del centro, respectivamente. Halla el volumen de la porción de esfera comprendida entre ambos planos.**



$V_{\text{PORCIÓN CILINDRO}} = \pi \cdot 50^2(15 - 8) = 17\,500\pi$ cm^3

$V_{\text{TRONCO DE CONO}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 50^2 \cdot 15 - \frac{1}{3}\pi \cdot 50^2 \cdot 8 = 5\,833,33\pi$ cm^3

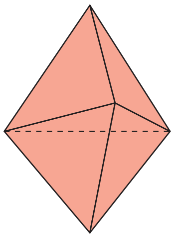
$V_{\text{PORCIÓN ESFERA}} = V_{\text{PORCIÓN CILINDRO}} - V_{\text{TRONCO CONO}} =$

$= 17\,500\pi - 5\,833,33\pi = 11\,666,67\pi$ cm$^3 \approx 36\,651,9$ cm^3

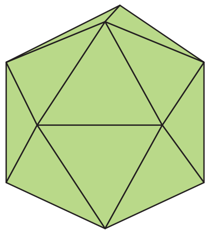
REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

37 □□□ **a) ¿Cuáles de estas figuras son poliedros?**

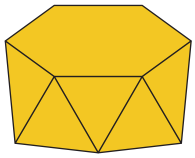
A



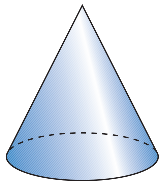
B



C



D



b) Explica si alguno de ellos es un poliedro regular o semirregular.

c) Comprueba que se cumple la fórmula de Euler en cada uno de ellos.

a) Son poliedros todas excepto el cono (figura D).

b) El icosaedro (B) es un poliedro regular, porque sus caras son polígonos regulares idénticos y en cada vértice concurren el mismo número de caras.

El antiprisma hexagonal regular (C) es un poliedro semirregular porque sus caras son polígonos regulares de dos tipos, hexágonos y triángulos, y en todos los vértices concurren los mismos polígonos.

c) $c + v = a + 2$

A) $6 + 5 = 9 + 2$

B) $20 + 12 = 30 + 2$

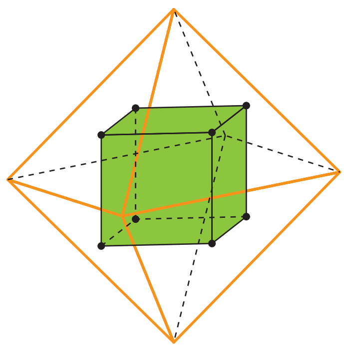
C) $14 + 12 = 24 + 2$

38 □□□ **a) ¿Qué poliedro obtienes si tomas como vértices los centros de las caras de un octaedro regular?**

b) ¿Qué relación hay entre dos poliedros duales?

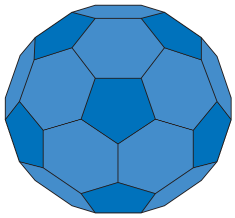
a) Se obtiene un cubo.

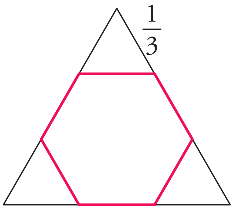
b) El número de caras de un poliedro coincide con el número de vértices de su dual, y ambos tienen el mismo número de aristas.



39 **¿Cómo hemos de truncar el icosaedro para obtener este poliedro?:**

Explica por qué es un poliedro semirregular.





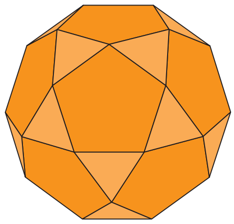
Por planos que corten a las aristas a 1/3 del vértice.

Es un poliedro semirregular porque está formado por hexágonos y pentágonos regulares y en todos los vértices concurren tres polígonos.

40 **Explica cómo hemos de truncar el dodecaedro para obtener el icosidodecaedro. ¿Es un poliedro semirregular?**

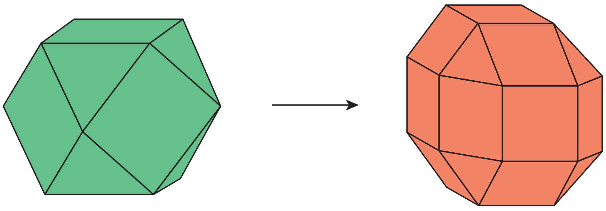
Por planos que pasan por los puntos medios de las aristas.

Es un poliedro semirregular, porque está formado por triángulos y pentágonos regulares y concurren 4 caras en cada vértice.



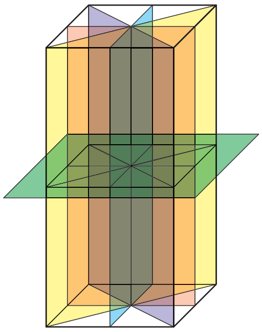
PÁGINA 243

41 **Truncando el cuboctaedro por los puntos medios de las aristas, obtenemos este poliedro. Descríbelo.**



Tiene 26 caras, 18 cuadrados y 8 triángulos equiláteros. En cada vértice concurren tres cuadrados y un triángulo.

42 **¿Cuáles son los planos de simetría de un ortoedro de base cuadrada? ¿Y los ejes de giro? ¿De qué orden es cada uno de ellos?**



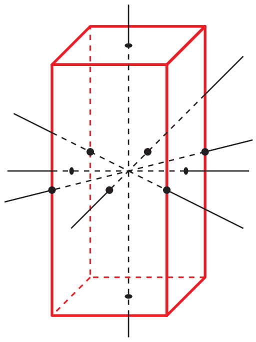
- Son 5 planos de simetría:

  Dos pasan por los puntos medios de las aristas de la base.

  Dos pasan por los vértices opuestos de las bases.

  (Estos cuatro planos corresponden a los ejes de simetría del cuadrado).

  Uno pasa por los puntos medios de las aristas laterales.



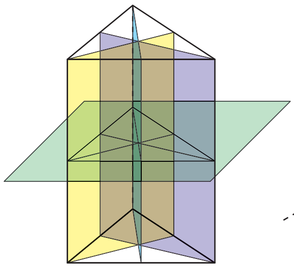
- Tiene 5 ejes de giro:

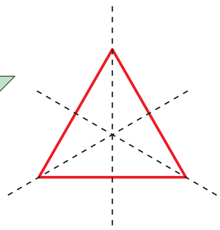
  Un eje de giro de orden cuatro: la recta perpendicular a las bases por su punto medio.

  Dos ejes de giro de orden dos: las rectas paralelas a las bases que pasan por el centro de cada dos caras paralelas.

  Dos ejes de giro de orden dos: las rectas que pasan por los puntos medios de dos aristas laterales opuestas.

43 **Describe los planos de simetría y los ejes de giro de un prisma triangular regular y de una pirámide de base cuadrada.**

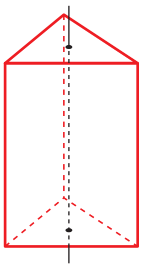


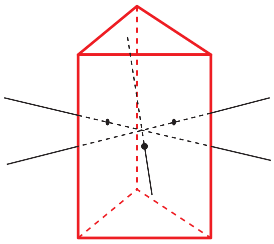


El prisma triangular regular tiene 4 planos de simetría, 3 por cada uno de los ejes de simetría del triángulo y otro paralelo a las bases.

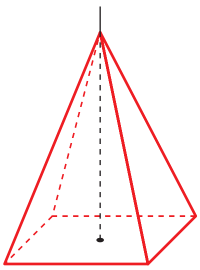
Tiene un eje de giro que pasa por el centro de las dos bases. Es de orden 3.

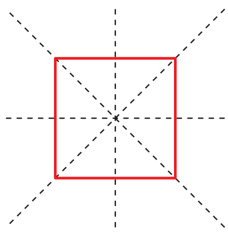
Tiene tres ejes de giro que pasan por el centro de una cara lateral y el punto medio de la arista lateral opuesta. Son de orden 2.



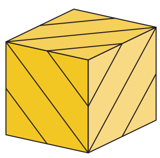


Tiene 4 planos de simetría que corresponden a los 4 ejes de simetría del cuadrado y un eje de giro perpendicular a la base desde el vértice. Es de orden 4.



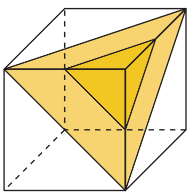


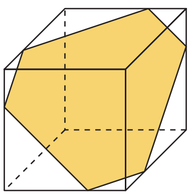
44 **Cortamos un cubo por planos paralelos entre sí y perpendiculares a una diagonal. ¿Qué polígonos obtenemos como sección?**

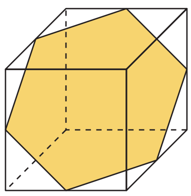


Obtenemos triángulos equiláteros y hexágonos.

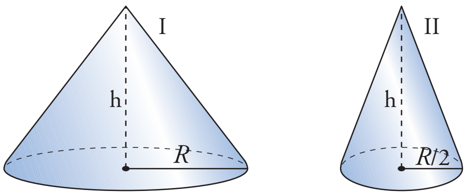
TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS — HEXÁGONOS — HEXÁGONOS REGULARES







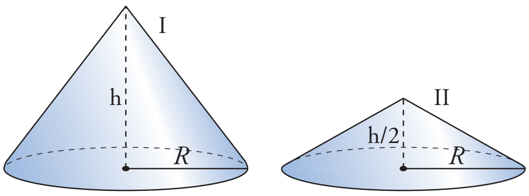
45 **Si en un cono reducimos a la mitad el radio de la base y mantenemos la misma altura, ¿el volumen se reduce a la mitad? ¿Y si mantenemos la misma base y reducimos la altura a la mitad?**



$$V_{\text{CONO I}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$V_{\text{CONO II}} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{1}{3}\,\frac{\pi R^2 h}{4}$$

El volumen se reduce a la cuarta parte.

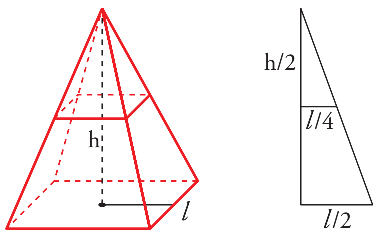


$$V_{\text{CONO I}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$V_{\text{CONO II}} = \frac{1}{3}\,\pi R^2 \frac{h}{2} = \frac{1}{3}\,\frac{\pi R^2 h}{2}$$

Sí, el volumen se recuce a la mitad.

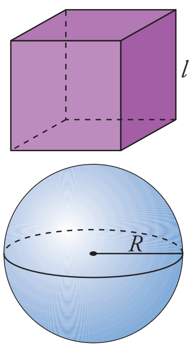
46 **Una pirámide de base cuadrada se corta por un plano paralelo a la base y que pasa por el punto medio de la altura. ¿Cuál será la relación entre los volúmenes de la pirámide grande y la pequeña?**



El lado de la nueva base es la mitad de la arista básica de la pirámide.

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{PIRÁMIDE GRANDE}} = \dfrac{1}{3} l^2 h \\[2ex] V' = V_{\text{PIRÁMIDE PEQUEÑA}} = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{l}{2}\right)^2 \cdot \dfrac{h}{2} = \dfrac{1}{3}\,\dfrac{l^2 \cdot h}{8} \end{array}\right\} \quad \frac{V}{V'} = \frac{1}{8}$$

47 **Un cubo y una esfera tienen la misma superficie. ¿Cuál tiene mayor volumen? Comprueba tu respuesta dando un valor cualquiera al radio de la esfera.**



Radio de la esfera: 10 cm

$4\pi R^2 = 6l^2 \;\rightarrow\; 4\pi \cdot 10^2 = 6l^2$

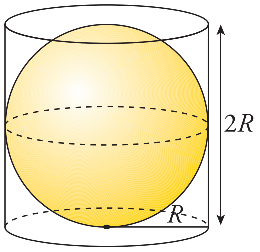
$l^2 = \dfrac{400\pi}{6} \;\rightarrow\; l = 14{,}47$ cm

Volumen cubo $= 14{,}47^3 = 3\,031{,}01$ cm^3

Volumen esfera $= \dfrac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = 4\,188{,}79$ cm^3

Tiene mayor volumen la esfera.

48 ■■□ **En un cilindro de diámetro igual a la altura, inscribimos una esfera. ¿Cuál es la relación entre el área lateral del cilindro y el área de la esfera?**

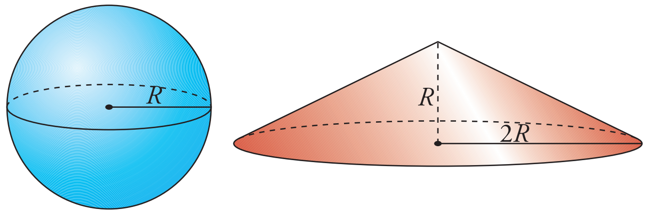


Área lateral del cilindro = $2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2$

Área de la superficie esférica = $4\pi R^2$

Son iguales.

49 ■■□ **¿Qué relación hay entre el volumen de esta esfera y este cono?:**



$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{ESFERA}} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \\ V_{\text{CONO}} = \dfrac{1}{3}\pi(2R)^2 \cdot R = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \end{array}\right\} \text{Son iguales.}$$

PROFUNDIZA

50 ■■■ Cortes en el cubo

Para este ejercicio, conviene que construyas un cubo de cartulina o que modeles unos cuantos de plastilina y ensayes con ellos distintos cortes con una cuchilla.

Investiga y describe cómo debes cortar un cubo para obtener los siguientes polígonos:

a) Un triángulo. **b) Un triángulo equilátero.**

c) Un rectángulo. **d) El mayor rectángulo.**

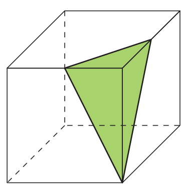
e) Un trapecio. **f) Un rombo.**

g) Otros paralelogramos no rectángulos.

¿Es posible obtener un pentágono? ¿Y un hexágono? ¿Y un hexágono regular?

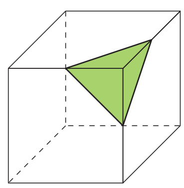
Investiga qué cuadriláteros puedes obtener cortando un tetraedro y un octaedro.

a)

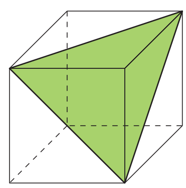


UN TRIÁNGULO

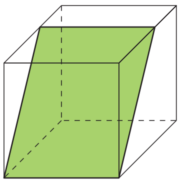
b)



TRIÁNGULO EQUILÁTERO

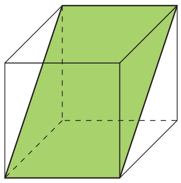


EL TRIÁNGULO EQUILÁTERO MÁS GRANDE POSIBLE c)



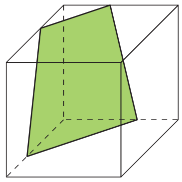
UN RECTÁNGULO

d)



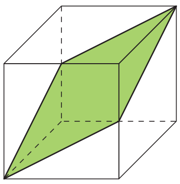
EL MAYOR RECTÁNGULO

e)



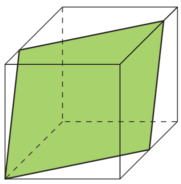
UN TRAPECIO

f)

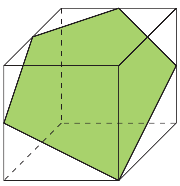


UN ROMBO

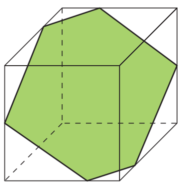
g)



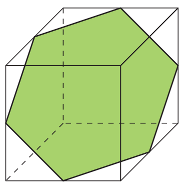
UN PARALELOGRAMO
NO RECTÁNGULO



UN PENTÁGONO



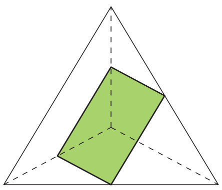
UN HEXÁGONO



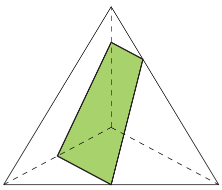
UN HEXÁGONO REGULAR

Cuadriláteros que puedes obtener al cortar un tetraedro y un octaedro:

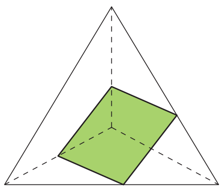
Tetraedro:



RECTÁNGULO

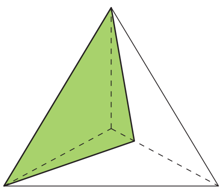


TRAPECIO

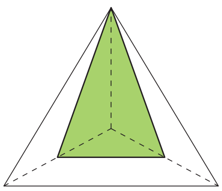


CUADRADO

También se pueden obtener triángulos:

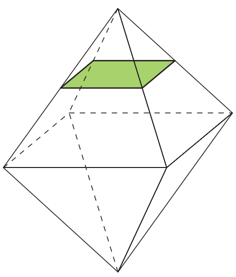


ISÓSCELES

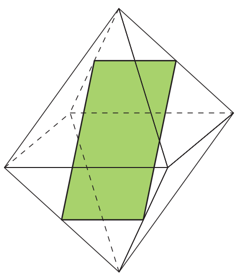


EQUILÁTERO

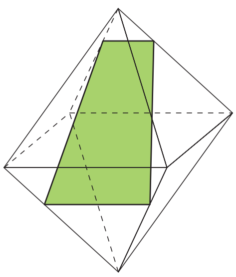
Octaedro:



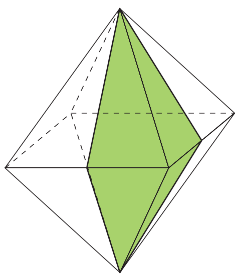
CUADRADOS



RECTÁNGULOS

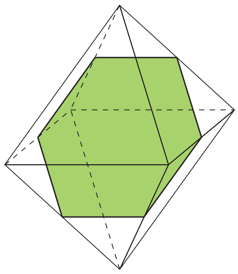


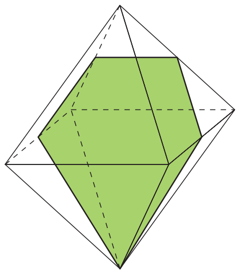
TRAPECIOS



ROMBOS

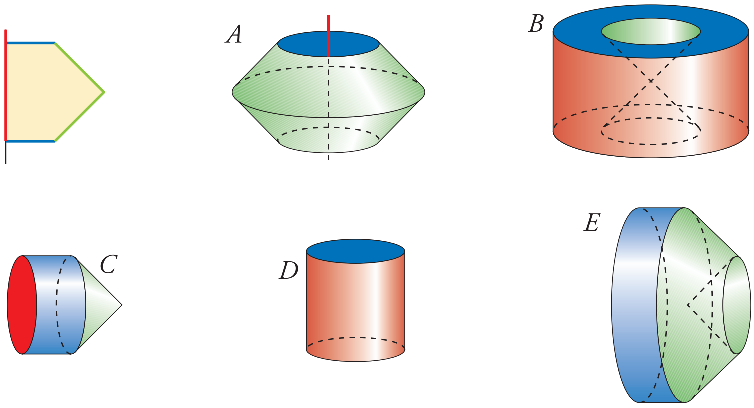
También se pueden obtener hexágonos y pentágonos:


HEXÁGONOS


PENTÁGONOS

51 **Figuras de revolución**

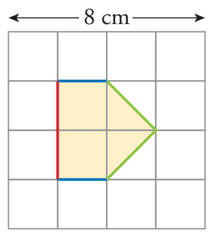
Si el pentágono de la figura gira en torno a la recta roja, engendra el cuerpo geométrico *A* que ves a su derecha.

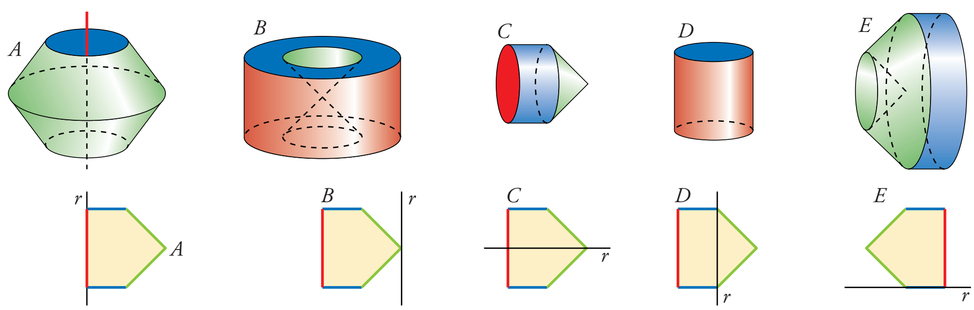


¿Cuáles de los cuerpos representados a continuación pueden ser engendrados por ese mismo pentágono, girando alrededor de otras rectas?

Teniendo en cuenta las medidas del pentágono, calcula el volumen del cuerpo *C*.

¿Te atreverías también con el volumen de las otras figuras *A*, *B*, *D* y *E*?





— Volúmenes:

$$V_C = 2^2 \cdot \pi \cdot 2 + \frac{2^2 \cdot \pi \cdot 2}{3} = \frac{32\pi}{3} \approx 33{,}5 \text{ cm}^3$$

$$V_A = 2(V_{\text{CONO GRANDE}} - V_{\text{CONO PEQUEÑO}}) = 2(67 - 8{,}4) = 117{,}2 \text{ cm}^3$$

V_B: Es el volumen del cilindro grande menos el de los dos conos:

$$V_{\text{CILINDRO}} = 4^2 \cdot \pi \cdot 4 = 64\pi \approx 201 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CONO}} = \frac{2^2 \cdot \pi \cdot 2}{3} = \frac{8\pi}{3} \approx 8{,}37 \text{ cm}^3$$

$$V_B = 201 - 2(8{,}37) = 184{,}26 \text{ cm}^3$$

$$V_D = 2^2 \cdot \pi \cdot 4 = 16\pi \approx 50{,}26 \text{ cm}^3$$

V_E: Es el volumen del cilindro más el del cono grande menos los dos conos pequeños:

$$V_{\text{CILINDRO}} = 4^2 \cdot \pi \cdot 2 = 32\pi \approx 100{,}5 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CONO GRANDE}} = \frac{4^2 \cdot \pi \cdot 4}{3} = \frac{64\pi}{3} \approx 67 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CONO PEQUEÑO}} = \frac{2^2 \cdot \pi \cdot 2}{3} = \frac{8\pi}{3} \approx 8{,}4 \text{ cm}^3$$

$$V_E = 100{,}5 + 67 - 2(8{,}4) = 150{,}7 \text{ cm}^3$$