PÁGINA 217

EJERCICIOS DE LA UNIDAD

Cuerpos de revolución

1 ¿Cuáles de las siguientes figuras son cuerpos de revolución? ¿De cuáles conoces el nombre?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

h) 

i) 

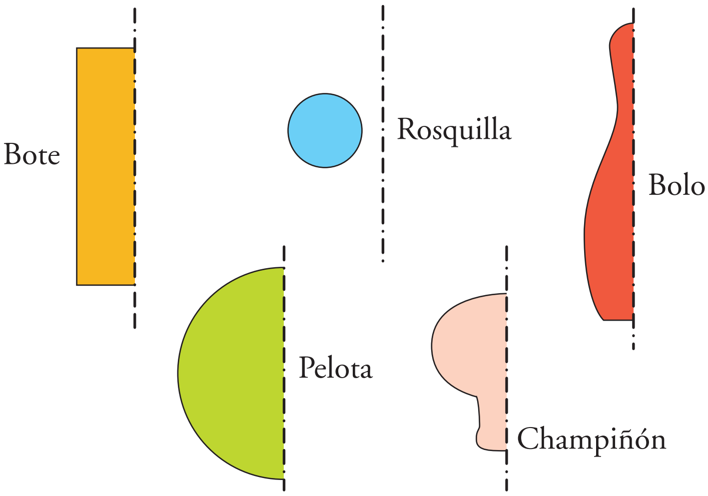
Todos son cuerpos de revolución, excepto el e), si consideramos el asa, y el i) que tiene sus caras planas (como base tiene un octógono).

c) cilindro

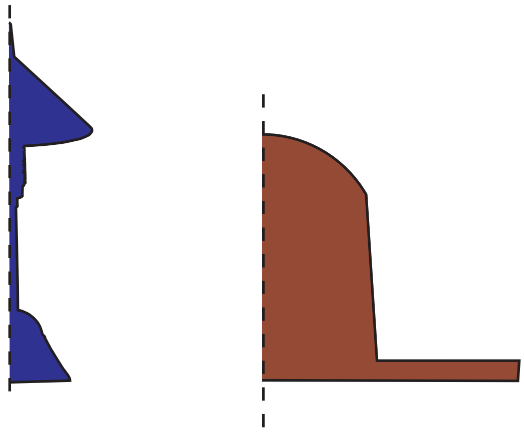
f) se llama toro

g) esfera

2 ▲△△ **Al girar cada una de las siguientes figuras en torno al eje que se indica, se genera una figura de las del ejercicio anterior. Identifícala.**

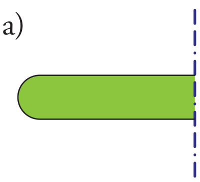


3 ▲△△ **Dibuja la figura y el eje alrededor del que ha de girar para engendrar la lámpara y el sombrero del ejercicio 1.**



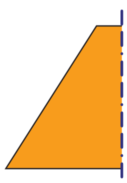
4 ▲△△ **Dibuja el cuerpo de revolución que se engendra en cada uno de los siguientes casos:**

a)

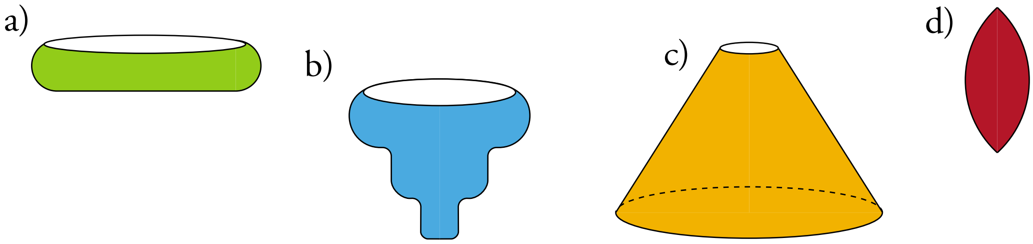


b)

c)

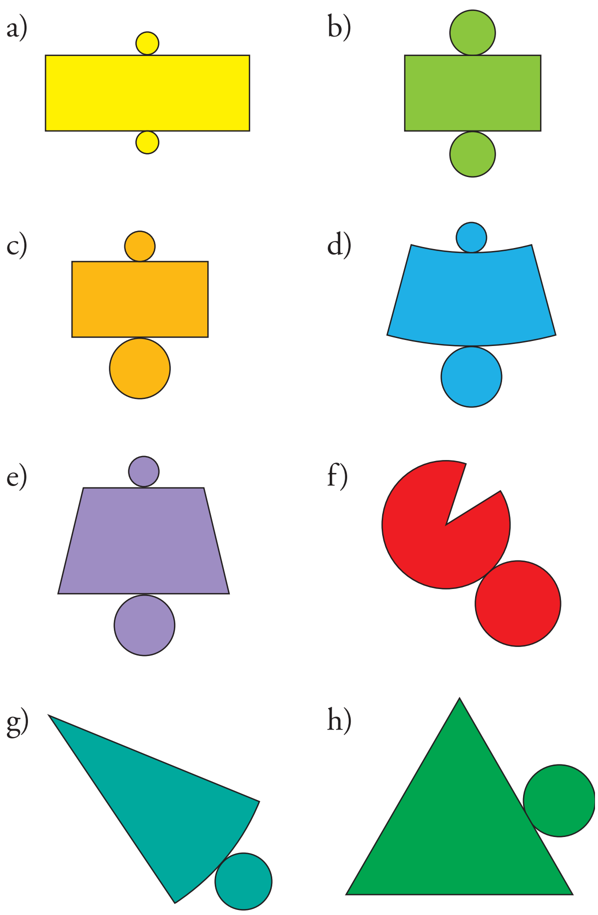


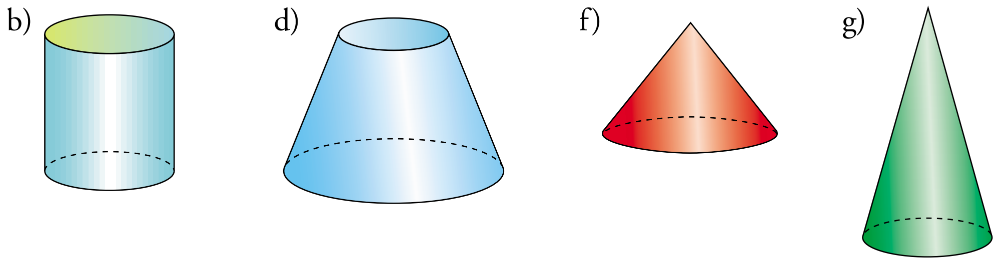
d)



DESARROLLOS

5 ▲▲△ **¿Cuáles de los siguientes desarrollos corresponden a cuerpos de revolución? Dibújalos.**



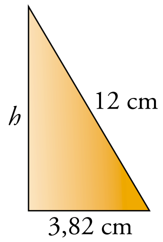


El resto de las figuras no corresponden al desarrollo de ningún cuerpo de revolución.

6 △△△ **El desarrollo lateral de un cono es un semicírculo de radio 12 cm. Halla el radio de su base y su altura.**

$2\pi r = 24 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{24}{2\pi} = 3{,}82 \text{ cm}$

$h = \sqrt{12^2 - 3{,}82^2} = 11{,}37 \text{ cm}$



PÁGINA 218

SUPERFICIES

8 △△△ **Una verja se compone de 20 barrotes de hierro de 2,5 m de altura y 1,5 cm de diámetro. Hay que darles una mano de minio a razón de 24 €/m². ¿Cuál es el coste?**

- Área de un barrote:

  $A = 2\pi \cdot r \cdot h + \pi \cdot r^2 = 2\pi \cdot 0{,}0075 \cdot 2{,}5 + \pi \cdot 0{,}0075^2 =$

  $= 0{,}1175 + 0{,}0001766 = 0{,}118 \text{ m}^2$

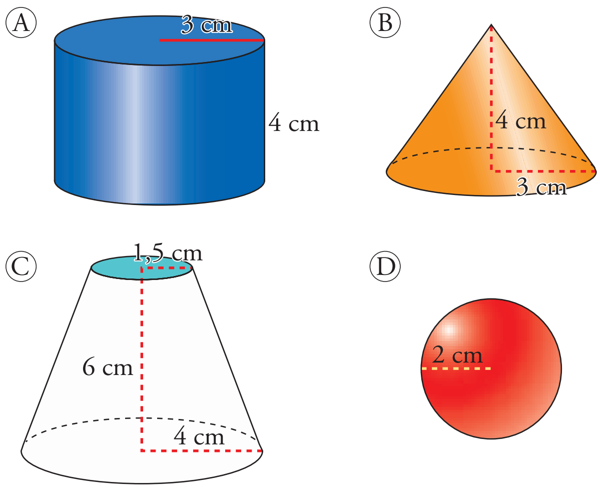
- Área de 20 barrotes:

  $20 \cdot 0{,}118 = 2{,}36 \text{ m}^2$

- Coste:

  $2{,}36 \cdot 24 = 56{,}64$ €

9 △△△ **Halla la superficie lateral y la superficie total de los siguientes cuerpos geométricos:**



a) $A_{lat} = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 75{,}4 \text{ cm}^2$

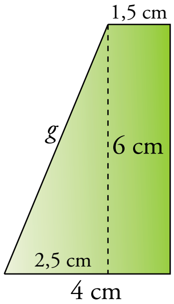
$A_{total} = 75{,}4 + 2\pi \cdot 3^2 = 131{,}9 \text{ cm}^2$

b) $g = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$

$A_{lat} = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 47{,}1 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 47{,}1 + \pi \cdot 3^2 = 75{,}4 \text{ cm}^2$

c)



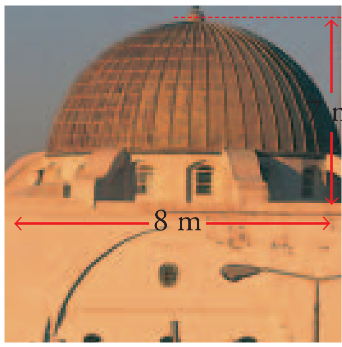
$g = \sqrt{2{,}5^2 + 6^2} = 6{,}5$

$A_{lat} = \pi (1{,}5 + 4) \cdot 6{,}5 = 112{,}3 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 112{,}3 + \pi \cdot 1{,}5^2 + \pi \cdot 4^2 = 169{,}6 \text{ cm}^2$

d) $A_{total} = 4\pi \cdot 2^2 = 50{,}2 \text{ cm}^2$

10 ▲△△ **Se desea forrar de pizarra la parte cónica de este torreón. El precio es de 84 € el metro cuadrado. ¿Cuál es el coste de la obra?**



Generatriz del cono:

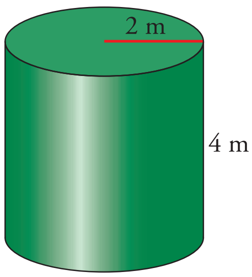
$g = \sqrt{2^2 + 7^2} = 7{,}28 \text{ m}$

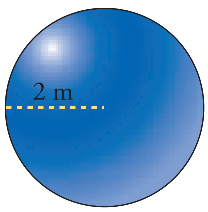
$A_{lat} = \pi \cdot 2 \cdot 7{,}28 = 45{,}74 \text{ m}^2$

$Coste = 84 \cdot 45{,}74 = 3\,842{,}35$ €

11 ▲▲△ **Un pintor ha cobrado 1 000 € por pintar el lateral de un depósito cilíndrico de 4 m de altura y 4 m de diámetro.**

¿Cuánto deberá cobrar por pintar un depósito esférico de 2 m de radio?

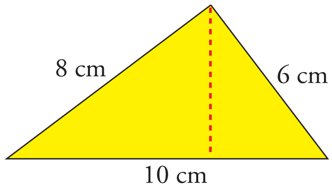




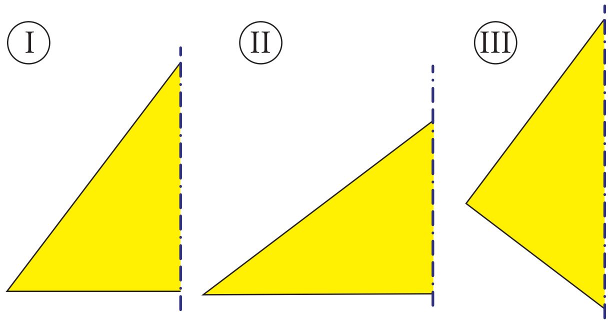
La superficie de la esfera coincide con la del cilindro (su altura es el diámetro de la esfera y su radio coincide con el de la esfera).

Por tanto, cobrará también 1 000 € por pintar la esfera.

12 **Comprueba que la altura de este triángulo rectángulo es 4,8 cm. Para ello, ten en cuenta que el producto de los dos catetos es el doble de su área.**



Halla la superficie total de las figuras engendradas por este triángulo al girar alrededor de cada uno de sus lados.

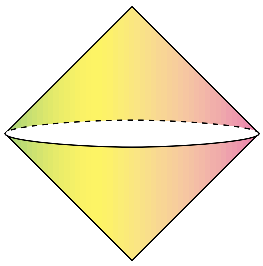


a) $\textit{Área} = \dfrac{10 \cdot h}{2} \rightarrow \dfrac{8 \cdot 6}{2} = \dfrac{10 \cdot h}{2} \rightarrow 24 = 5h \rightarrow h = \dfrac{24}{5} = 4{,}8$ cm

b) I $\textit{Área} = \pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2 = 301{,}4 \text{ cm}^2$

II $\textit{Área} = \pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = 452{,}2 \text{ cm}^2$

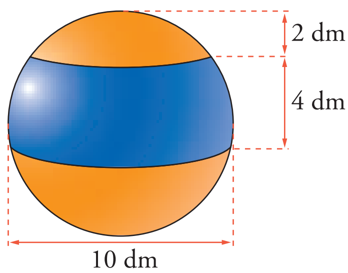
III



Radio de la base = *altura del triángulo* = 4,8 cm

$\textit{Área} = \pi \cdot 4{,}8 \cdot 8 + \pi \cdot 4{,}8 \cdot 6 = 211{,}1 \text{ cm}^2$

13 **Halla la superficie del casquete polar de 2 dm de altura y de una zona esférica de 4 dm de altura contenidos en una esfera de 10 dm de diámetro.**



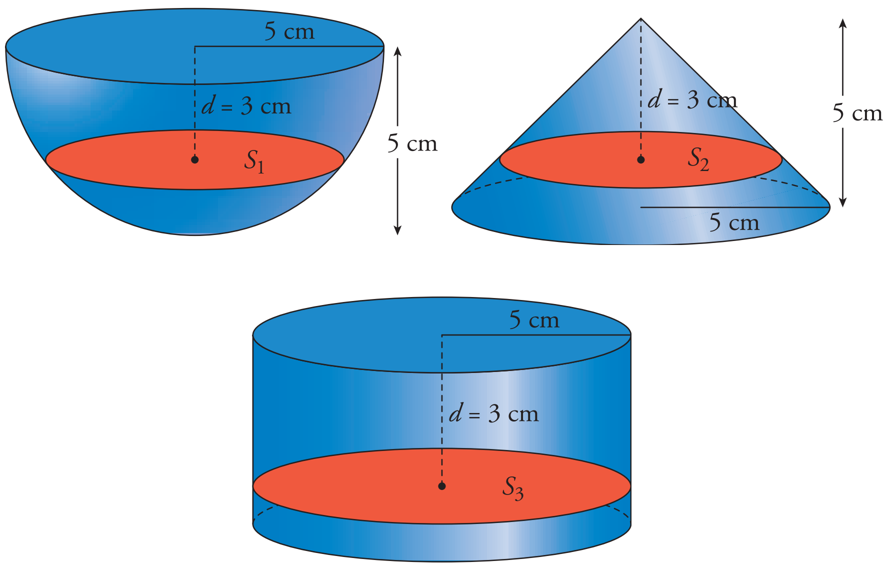
$\textit{Área casquete} = 2\pi \cdot 5 \cdot 2 = 62{,}8 \text{ dm}^2$

$\textit{Área zona} = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 = 125{,}6 \text{ dm}^2$

PÁGINA 219

PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

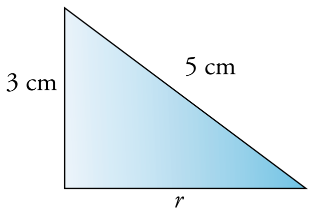
14 **Halla las superficies S_1, S_2 y S_3 y comprueba que $S_1 + S_2 = S_3$.**



Para $d = 4$, halla las superficies de los tres círculos, S_1, S_2 y S_3.

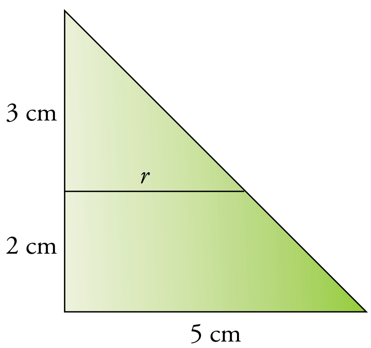
Comprueba que $S_1 + S_2 = S_3$.

Dale cualquier otro valor a d y comprueba que también se cumple que $S_1 + S_2 = S_3$.



$r = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm

$S_1 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$



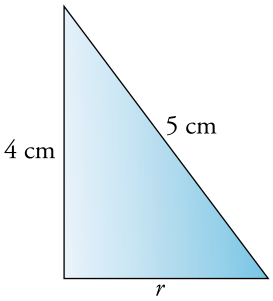
$\dfrac{3}{r} = \dfrac{5}{5} \rightarrow r = 3$ cm

$S_2 = \pi \cdot 9 = 28{,}26 \text{ cm}^2$

$S_3 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}5 \text{ cm}^2$

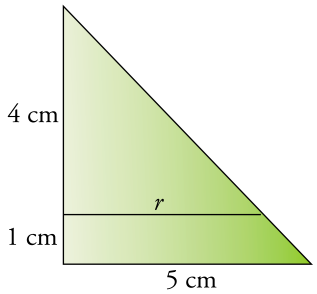
$S_1 + S_2 = 78{,}5 = S_3$

Para $d = 4$:



$r = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ cm

$S_1 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$



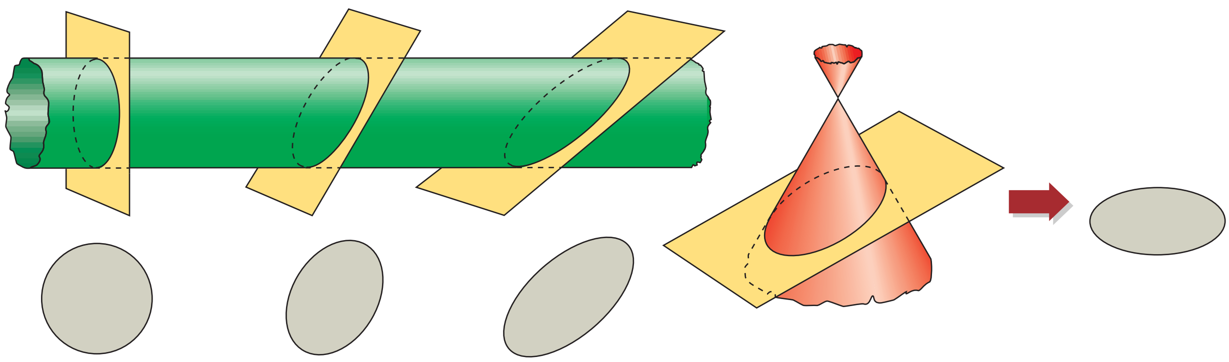
$\frac{4}{r} = \frac{5}{5} \rightarrow r = 4$ cm

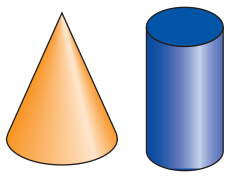
$S_2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

$S_3 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}5 \text{ cm}^2$

$S_1 + S_2 = 78{,}5 = S_3$

15 **Al cortar una superficie cilíndrica o una superficie cónica por un plano perpendicular al eje se obtiene una circunferencia. Si el plano las corta no perpendicularmente, se obtiene una elipse.**





Observa el cono y el cilindro que hay a la derecha. Mediante secciones planas de estos cuerpos geométricos se obtienen las siguientes figuras:

Averigua de qué cuerpo es cada una de las figuras y mediante qué plano se consigue.